

LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN EN LA PRÁCTICA DOCENTE, AL
IMPLEMENTAR UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS
TRIÁNGULOS EN GRADO OCTAVO

Isabel Cristina Puerta González

Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ciencias de la Educación
Maestría en Educación

Pereira

2018

LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN EN LA PRÁCTICA DOCENTE, AL
IMPLEMENTAR UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS
TRIÁNGULOS EN GRADO OCTAVO

Isabel Cristina Puerta González

Dirigida por

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Dr. Héctor Gerardo Sánchez Bedoya

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la Educación

Pereira – Colombia

2018

Nota de Aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Dedicatoria

A Dios por las metas alcanzadas, por los sueños logrados.

A mi familia, por ser mi apoyo e inspiración y de manera especial a mi esposo por su
compromiso y ayuda.

Isabel Cristina Puerta G.

Agradecimientos

Agradezco a Dios y a mi familia que apoyaron y acompañaron este proceso de formación académica.

Al Ministerio de Educación Nacional por brindar la oportunidad de continuar con mi proceso de formación académica, a la Universidad Tecnológica de Pereira que me ofreció sus recursos para mí beneficio.

A la institución educativa Popular Diocesano por la apertura y los espacios y el apoyo que me brindaron para llevar a cabo este proyecto.

De manera muy especial a mis asesores la Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López y al Dr. Héctor Gerardo Sánchez por servir de inspiración, por su interés, dinamismo, por su compromiso incondicional y por la ayuda permanente en el desarrollo de este proyecto.

Finalmente deseo agradecer a mis compañeras de estudio, quienes siempre me brindaron su apoyo y amistad, a mis estudiantes.

Isabel Cristina Puerta G.

Tabla de contenido

1. Planteamiento del problema.....	17
1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas	18
1.2 Antecedentes	19
1.3 La enseñanza de la matemática en la Institución Educativa Popular Diocesano.....	23
1.4 Visión retrospectiva	25
1.5 Pregunta de investigación y objetivos.....	31
Objetivo general.....	32
Objetivos específicos	32
2. Marco teórico	33
2.1 Fundamentación matemática y didáctica de los triángulos.....	33
2.2 Práctica docente	35
2.2.1 Secuencia didáctica.....	36
2.2.2 Competencia científica.....	36
2.2.3 Interactividad.	37
2.3 Metodología de la indagación.....	37
2.4 Unidad didáctica	39
2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau.....	41
3. Metodología	45
3.1 Tipo de investigación.....	45
3.2 Diseño de la investigación	45
3.3 Técnicas e instrumentos de investigación.....	47

3.3.1 Observación.	47
3.3.2 Estudio de caso por autoobservación.	47
3.3.3 Instrumentos para recolección de datos.	48
3.3.4 Matriz para el análisis de la práctica docente desde la indagación práctica	50
3.4 Fases de la investigación.....	51
4. Análisis de los resultados.....	52
4.1 Categoría secuencia didáctica	53
4.1.1 Actividad medular.....	53
4.1.2 Momentos de clase flexible.	65
4.2 Competencia científica.....	71
4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.	71
4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares.	81
4.3 Categoría interactividad.....	86
4.3.1 Proceso activo sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.	86
4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.	91
5. Conclusiones y recomendaciones	95
5.1 Conclusiones	95
5.2 Recomendaciones	99
6. Referencias bibliográficas.....	102
7. Anexos.	111
Anexo 1. Instrumento para la recolección de la información de la práctica docente	111
Anexo 2. Matriz de análisis	113
Anexo 3. Grafo para el análisis de la práctica docente según la indagación práctica.....	117

Anexo 4. Pantallazo que evidencia el proceso utilizado en el tratamiento de los datos.....	116
Anexo 5. Certificado de implementación de la unidad didáctica	119
Anexo 6. Unidad didáctica.....	120
Anexo 7. Guía didáctica uno.....	137
Anexo 8. Guía didáctica dos	140
Anexo 9. Guía didáctica tres	145

Lista de tablas

Tabla 1. Categorías y subcategorías de la práctica docente	49
Tabla 2. Fases y subcategorías de la indagación práctica.	50
Tabla 3. Actividad medular.....	54
Tabla 4. Momentos de la clase flexible	66
Tabla 5. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes	72
Tabla 6. Enseñanza de las competencias disciplinares	82
Tabla 7. Proceso activo sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	87
Tabla 8. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.....	91

Tabla de Ilustraciones

Ilustración 1. Estudiantes manipulando materiales y en diálogo con la docente.....	59
Ilustración 2. Material didáctico utilizado por los estudiantes para la enseñanza de los triángulos	61
Ilustración 3. Enseñanza centrada en el docente.....	63
Ilustración 4. Clase abierta y participativa con ayuda de la exploración colaborativa de la U.D.	70
Ilustración 5. Fotografía empleada para la formulación de preguntas orientadoras	74
Ilustración 6. Construcción conjunta de significados	77

Tabla de figuras

Figura 1. Consolidado	26
Figura 2. Esquema para escribir la unidad didáctica	40

Resumen

La presente investigación es un aporte al macroproyecto “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática” de la Universidad Tecnológica de Pereira, razón por la cual los capítulos uno, dos y tres, comparten su fundamentación con los proyectos realizados por los integrantes del mismo.

En esta investigación se interpreta la práctica docente de la autora del trabajo, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en grado octavo fundamentada en la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau. Para dicha interpretación se plantearon tres objetivos específicos que permitieron observar esta práctica desde las categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

Es un estudio de caso único con un enfoque cualitativo del tipo descriptivo, cuyo diseño está en el marco de la teoría fundamentada y basada en la observación participante a través de registros videográficos.

El análisis de los resultados obtenidos describe la forma en que la docente a través de la metodología de la indagación enriquece su práctica al plantear la enseñanza de los triángulos desde una situación real partiendo del contexto de los estudiantes, favoreciendo la articulación de los saberes previos con el nuevo conocimiento, teniendo como eje articulador el planteamiento de preguntas orientadoras y retadoras.

Además, el análisis de los resultados obtenidos muestra que la práctica de la docente permite que los estudiantes argumenten acerca de los procesos llevados a cabo para resolver el problema planteado facilitando la interacción en el aula de clase y creando un ambiente de clase abierta y participativa.

Palabras claves: práctica docente, metodología de la indagación, situaciones didácticas, unidad didáctica, triángulos, competencia científica, práctica docente, interactividad.

Abstract

The research presented in this document is a contribution to the large- scale project the methodology of the inquiry in the teaching and learning of mathematic of the Technological University of Pereira, therefore, in the chapters one, two and three is shared their foundation with the projects accomplished by the members of it.

In this research, the practice in the eighth grade developed by the teacher; who is the author of the work is interpreted through the implementation of a didactic unit for the teaching of triangles based on the methodology of inquiry and Brousseau's didactic situations. For this interpretation, three specific objectives were established, they allowed observing the teaching practice from the categories: didactic sequence, scientific competence and interactivity.

Moreover, this is a unique case study with a qualitative approach of the descriptive style, whose design is within the framework of grounded theory supported by self-observation through videographic records.

In addition, the analysis of the obtained results show that the practice of the teacher allows students to argue about the processes executed to solve the problem, aiding interaction in the classroom and creating an open and participatory class environment.

Keywords: teaching practice, methodology of inquiry, didactic situations, didactic unit, triangles, scientific competence, teaching practice, interactivity.

Introducción

La presente investigación hace una interpretación de las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica de la docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en grado octavo.

Este trabajo surge como respuesta a la problemática en la enseñanza de la matemática a nivel nacional e institucional. El proyecto está organizado en seis capítulos, el listado de referentes bibliográficos y una sección de anexos.

Esta investigación inicia en el capítulo uno con el planteamiento del problema, apartado que permite comprender el panorama frente a la enseñanza de las matemáticas, se presentan algunas investigaciones relacionadas a esta temática, la visión retrospectiva de la docente autora del proyecto y se formulan los objetivos, que direccionan este proyecto, lo que permite plantear la siguiente pregunta de investigación ¿cuáles son las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en estudiantes de grado octavo?

Así mismo, para orientar la investigación, en el capítulo dos, se encuentra un fundamento teórico estructurado en torno a varios ejes temáticos, entre ellos la práctica docente, la unidad didáctica, la interactividad y la fundamentación matemática y didáctica de los triángulos.

En el capítulo tres, se aborda la metodología que define el tipo de estudio que enmarca la investigación, el diseño metodológico y la técnica e instrumento de recolección de la información.

El capítulo cuatro, corresponde al análisis e interpretación de los datos, a través de la triangulación entre los hallazgos obtenidos durante la implementación de la unidad didáctica, la fundamentación teórica y la visión retrospectiva.

Por último, se encuentra el capítulo cinco donde se exponen las conclusiones obtenidas luego del análisis e interpretación de los datos, al igual que se plantean recomendaciones.

1. Planteamiento del problema

Uno de los grandes retos que enfrenta actualmente la investigación educativa es la reflexión sobre la práctica docente, entendiendo ésta como “un proceso mediante el cual el maestro se construye, se recrea cotidianamente, inventando estrategias didácticas, probando técnicas y métodos, o eliminando de su hacer, prácticas que no funcionan en un momento determinado” (Oviedo, 2013, p.18), al respecto, Céspedes y González (2012) afirman que “las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica docente y una reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p.15).

En este sentido, la era de la globalización exige hoy profesionales críticos, creativos, con altos valores éticos, culturales y sociales, compromiso que debe enfrentar la educación a través de sus maestros cumpliendo así con su papel determinante en la formación integral de las nuevas generaciones.

Es así como la responsabilidad de la formación de los nuevos líderes es delegada por la sociedad a la escuela, para que ellos aprendan a vivir y a convivir. Sin embargo, Perkins (2010) menciona que “demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida” (p.26). En cuanto al caso de la matemática, resolver situaciones aplicando fórmulas, de poco ha servido para tomar decisiones en contextos reales.

Ahora bien, Vélchez (2007) manifiesta que la falta de actualización e innovación en contenidos y metodologías de enseñanza por parte del docente, se refleja en la repetición literal de definiciones, en los mismos ejemplos y tareas; también plantea que durante el proceso de

enseñanza el estudiante se limita a escuchar y tomar apuntes, interviniendo de forma esporádica con preguntas acerca del tema, además que las tareas asignadas, casi siempre son extraídas de los libros de texto y posteriormente preguntadas por el docente para identificar el grado de práctica y retención de la temática (p.12).

Por tanto, se ha considerado que la enseñanza de la matemática está enmarcada en la transmisión de conocimientos, bajo modelos algorítmicos, repetitivos y centrados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje.

Es por esta razón que la práctica docente ha generado un reto para la investigación educativa, aunque durante varias décadas, la gran mayoría de los estudios se han centrado más en el aprendizaje que en la enseñanza, tal como lo afirman Céspedes y González (2012) “Las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica docente y su reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p.15), es así como los estudiantes deben desempeñar un rol activo en la construcción de su conocimiento.

1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional, MEN (2011), afirma que:

...las evaluaciones realizadas a los maestros, muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico inherente a la propia disciplina, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes en su aprendizaje, reflejado en los bajos desempeños académicos mostrados en pruebas nacionales e internacionales (p.13).

Ante lo cual Rico (2007) indica que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación”

(p.53). De acuerdo con esto Sanmartí (2005) afirma que:

... La presión temporal de “acabar el programa”, que a los profesores suelen imponerles, lleva a que la actuación en el aula sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia, y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación, resultando en una práctica docente con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas (p.14).

De allí la importancia de destacar investigaciones que han abordado problemáticas relacionadas con la práctica docente de los profesores que enseñan matemática.

1.2 Antecedentes

En este contexto de búsqueda se encontró la investigación de Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández (2003) de la Universidad de los Andes de Bogotá denominada “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?” en ella se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Investigación cualitativa de orientación interpretativa que fue realizada con docentes de matemáticas en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá y su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemática.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad que se le pueda dar a la práctica de ciertos profesores, que posibilitan verlas como innovadoras, son aún incipientes, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo y serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales en el contexto de los estudiantes; por el contrario se

han implementado estrategias intuitivas de los profesores y que parecen adecuadas desde la concepción no profundizada, ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de las matemática, todo ello por la comodidad y el control que esto representa para ellos.

Es así como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse desde la reflexión consciente, con observaciones minuciosas de lo que pasa en el aula, por lo cual se sugiere auto monitorear la práctica del aula (Andrade et al., 2003).

En esta perspectiva la investigación realizada en cuanto al ejercicio de pensar la práctica de los maestros, realizado por González, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2009) en marco de los proyectos de investigación e innovación de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso Chile, denominado: “La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico”, aproximándose a un enfoque indagatorio bajo la metodología de la teoría fundamentada (*Grounded Theory*), la que permitió el desarrollo de un conjunto de conceptos integrados, ofreciendo una explicación teórica detallada y precisa del fenómeno en estudio (Strauss y Corbin. Citados en González-Weil et al., 2009).

El estudio en mención fue de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas, el cual permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria, posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones para guiar la formación del docente, ya que concluye que dicho rol es un aspecto fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza de calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

De igual manera un estudio realizado en la tesis doctoral por Gómez (2007), planteó cuatro preguntas que direccionaron la investigación:

... ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial? (p.3).

Dicha tesis implementó la metodología de la indagación con la cual se pretendió y se propuso explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada.

La investigación contribuyó al avance en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura al igual que la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, identificando aspectos del diseño y desarrollo de la asignatura de matemática y de las visiones, experiencias y actuaciones de los futuros docentes. Asimismo, se identificaron estadios del desarrollo y variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos, por medio de la interpretación y adaptación de las tres teorías de la didáctica de la matemática: la teoría de la génesis para el desarrollo del conocimiento didáctico de los organizadores del currículo, la teoría de la calidad de la información para introducir la noción de factor de desarrollo y la teoría social del aprendizaje de Wenger de la didáctica de la matemática; lo cual permitió construir un significado para el desarrollo del conocimiento didáctico como lo fueron

las innovaciones en el diseño de los currículos desde un contexto socio-cultural en la formación de los profesores de didáctica de la matemática. Lo anterior reafirmado por De Guzmán (1989), quien dijo que:

... siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela (p.59).

De modo que, los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de las matemáticas han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos” (p.47).

En complemento a lo anterior, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) se considera el área de matemática como:

...una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven y como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual (p.1).

Así y dentro de un marco normativo nacional es importante asumir lo que se propone en la Ley General de Educación “la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la alta calidad científica y ética, hacer de la práctica pedagógica parte fundamental de su saber” (Ley 115, 1994, Art.109). Práctica pedagógica, docente y didáctica que se debe hacer evidente en

las acciones que se realizan al interior de las instituciones educativas y en las relaciones que se generan al interior del aula y en la enseñanza de la matemática.

1.3 La enseñanza de la matemática en la institución educativa Popular Diocesano

La problemática enunciada se hace evidente en los bajos desempeños de los estudiantes en las pruebas presentadas a nivel nacional, pruebas SABER, que miden la calidad de la educación en Colombia.

Para el caso de la institución educativa Popular Diocesano, en su informe del día de la excelencia educativa, se evidenció que para el año 2016 el índice sintético de calidad educativa ISCE fue 7,14 con respecto al 7,59 del promedio nacional en la básica secundaria; para el grado noveno en el área de matemáticas el 13% de los estudiantes se encontraban en el nivel insuficiente, el 44% en nivel mínimo, el 38% en nivel satisfactorio y el 5% en nivel avanzado, mostrando un incremento en el nivel insuficiente al compararlo con el 7% del año 2015 según el reporte de la excelencia para el 2016.

La información presentada anteriormente, muestra en término porcentuales el nivel de desempeño en que se encontraban los estudiantes de acuerdo con tres tipos de preguntas, es decir de primero, segundo y tercer nivel de dificultad. En el nivel insuficiente se encontraban los estudiantes que respondieron de manera correcta las preguntas del primer nivel de dificultad con una probabilidad menor al 0.5 y en el nivel mínimo, los estudiantes que responden de manera correcta las preguntas del primer nivel de dificultad con una probabilidad mayor al 0.5 y las preguntas del segundo nivel de dificultad con una probabilidad menor al 0.5 (ICFES, 2016).

Lo anterior puede indicar que en la institución educativa Popular Diocesano, en el año 2016 el 95% de los estudiantes mostraron dificultad para contestar preguntas del tercer nivel y el 57% no alcanzaron las competencias básicas requeridas por el MEN para el grado noveno.

Los resultados obtenidos en esta prueba podrían indicar ciertas dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, en especial en el componente geométrico, dado que en el informe dado por el MEN en el ISCE (2016) se detallan los aprendizajes a mejorar y éste deja claro que “el 86% de los estudiantes no reconocen ni aplican las propiedades y teoremas de los triángulos en problemas de su contexto” (p.27), por lo que se debería pensar en las posibles causas que inciden en estos desempeños bajos.

Podría decirse que inicialmente esta responsabilidad recae directamente en los estudiantes quienes son los que presentan la prueba, pero al realizar la reflexión de la problemática con los docentes del área de matemáticas de la institución se detectaron diferentes dificultades frente a la enseñanza de la temática.

Dentro de las dificultades se encontró que la enseñanza de la geometría en la Institución no se articula con el desarrollo del programa académico, en lugar de ello se plantea como una unidad independiente que se deja para trabajar en el cuarto periodo del programa de matemática, dándole más importancia a la aritmética y al álgebra, al respecto Alemán (2009) plantea que la geometría es una “rama de la matemáticas que se encuentra al final de los programas y que por falta de tiempo para cubrir estos contenidos o por no disponer de material necesario, muchas veces estos conocimientos no se comparten con los estudiantes” (p.14).

Esta falta de tiempo lleva a que la enseñanza de los triángulos se realice desde la propuesta planteada por algún libro de texto, sin contextualizar la enseñanza de la temática, con una actitud pasiva y poco cuestionadora del maestro frente a la propuesta, al respecto Vélchez (2007)

manifiesta que “la falta de actualización e innovación en contenidos y metodologías de enseñanza por parte del docente, se reflejan en la repetición literal de definiciones, ejemplos y tareas” (p.12). En razón de lo anterior, surge como necesidad para el desarrollo del proyecto, realizar una reflexión previa a la formación postgradual de la práctica docente de la autora mediante la utilización de registros videográficos, denominada en ésta investigación como visión retrospectiva.

1.4 Visión retrospectiva

El siguiente análisis forma parte del primer registro videográfico realizado por la maestrante en el año 2015 al iniciar el proceso de formación académica, en la Maestría de Educación de la Universidad Tecnológica de Pereira, como instrumento de diagnóstico de los antecedentes de la práctica docente de la autora.

En los registros videográficos se hace referencia a la enseñanza de las operaciones con números complejos y los conceptos básicos de la estadística, sesiones de clase dirigidas a estudiantes de grado noveno.

Para la descripción y análisis de este registro videográfico, se partió de la codificación abierta y para ello se realizó la transcripción de cada una de las sesiones para observarlas línea a línea y así observar las acciones más reiterativas, dando origen a unas categorías y subcategorías tal como lo manifiestan Hernández, Herrera, Martínez, Páez y Páez (2011) “En la medida que los conceptos comienzan a acumularse, el investigador tiene que dar inicio al proceso de clasificación o categorización bajo términos explicativos más abstractos, es decir, en categorías” (p.12).

Una vez realizadas la respectiva codificación y el proceso de saturación con los datos obtenidos en la transcripción de los videos, se obtuvieron los resultados que se aprecian en la Figura 1 que corresponde a la visión retrospectiva

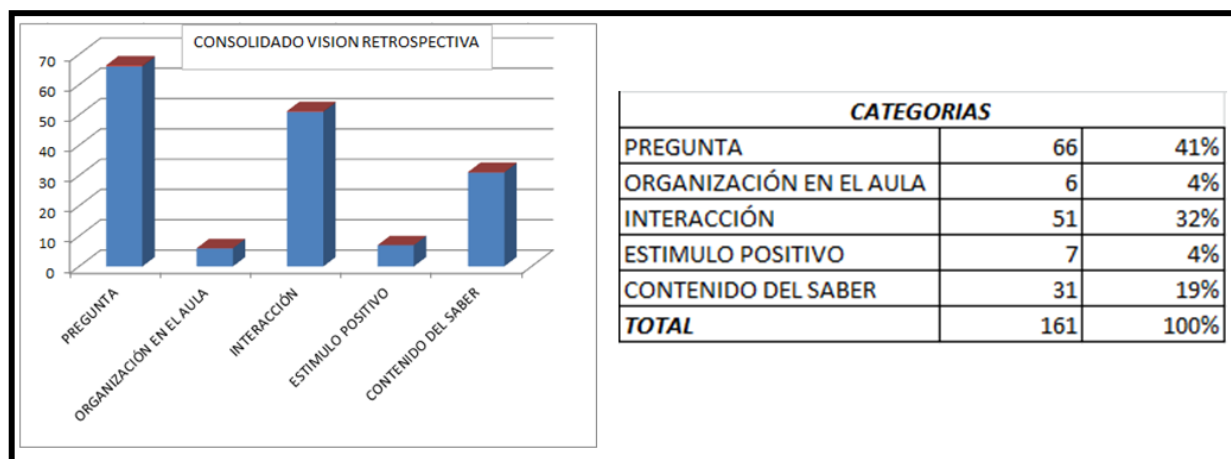


Figura 1. Consolidado
Fuente: Producción propia

Como muestra la Figura 1 se establecieron cinco categorías para realizar el análisis de la visión retrospectiva, las cuales serán descritas a continuación.

Categoría: la pregunta

La docente inicia la clase con la exploración de conceptos previos, a través de preguntas orientadoras como “¿qué me pueden decir de los números imaginarios?, ¿de dónde salen los números imaginarios?” (Puerta, 2016, p.4), los estudiantes empiezan a responder “de una raíz negativa” (Puerta, 2016, p.4) lo que permite generar nuevas preguntas que ponen en juego la exploración de estos conceptos. En esta etapa la docente orienta la clase a través del manejo de preguntas directas, entendiendo éstas como aquellas que no buscan descubrir otra cosa que lo que expresan.

Posteriormente la docente plantea un momento de explicación a través del planteamiento de preguntas como: “¿qué hago cuando yo digo raíz cúbica de menos ocho?” (Puerta, 2016, p.2),

“¿cuáles son los elementos básicos de la estadística?, ¿qué es una variable estadística?” (Puerta, 2016, p.12), este tipo de preguntas tienen como objetivo situar al alumno ante la necesidad de elaborar una respuesta que implique poner en juego sus conocimientos y los conocimientos que se están trabajando; también se puede ver que la docente intenta utilizar la pregunta como un estímulo para el desarrollo de pensamiento, esto lo hace evidente a través de la confrontación planteando preguntas como las que se describen a continuación.

D: ¿de dónde salen los números imaginarios?

E: De las raíces negativas.

P: entonces ¿la raíz cubica de menos ocho puede ser un numero imaginario?

E: No.

D: ¿Por qué?

E: Porque tiene la raíz real (Puerta, 2016, p.3)

Transcripción de la clase con respecto al manejo de la pregunta

Fuente: Producción propia

Este ejemplo permite observar como la docente a través de la formulación de la pregunta pretende crear un desequilibrio conceptual en el estudiante, pero no logra hacerlo ya que la formulación de estas son planteadas para que las respuestas ofrecidas por los estudiantes se den de una manera sencillas, además el ejemplo también permite observar que la pregunta planteado por la docente es ambigua y que la respuesta del estudiante no es precisa ya que no la argumentó presento el argumento.

Finalmente utiliza la pregunta para intentar institucionalizar conceptos, esto se puede ver cuando plantea “pero si el índice es impar y la cantidad de adentro es negativa ¿pertenecen o no pertenecen al conjunto de los números imaginarios?” (Puerta, 2016, p.4), a lo que los estudiantes responden “no pertenece, porque es un número real” (Puerta, 2016, p.4), la identificación de

estas figuras discursivas en el aula le permiten la validación de las ideas y las funciones del discurso en el proceso de construcción del conocimiento, sin embargo se observa que falta claridad en el manejo de la fundamentación teórica del objeto de enseñanza.

Es decir que para la docente, preguntar en el aula de clase, tiene la finalidad de explorar conocimientos previos, motivar e indagar, es una estrategia metodológica que le ayuda a centrar la atención, dar espacio a la discusión e institucionalizar las temáticas expuestas, pero estas son planteadas de manera sencilla y con vicios conceptuales, sin embargo los resultados obtenidos en el proceso de codificación muestran que la docente maneja la pregunta, como su categoría de mayor relevancia, dado que ésta, se hace presente durante el proceso de codificación con una frecuencia del 41 % (Figura 1).

Categoría: organización en el aula

Esta categoría hace referencia a los criterios que adopta la docente a la hora de enseñar, la forma de plantear las actividades a desarrollar con los estudiantes y el rol que ella tiene dentro del aula de clase.

Durante el registro videográfico se observó que la docente organiza su clase con una secuencia determinada, utilizando estrategias que favorecen el acercamiento de los alumnos a las temáticas trabajadas “la docente copia el título en el tablero y posteriormente se dirige al grupo con las preguntas” (Puerta, 2016, p.2), además durante el desarrollo de la clase se identifican tres momentos, el inicio, “P: buenos días bienvenidos, en la clase pasada estuvimos trabajando los conceptos básicos de la estadística: población, muestra, variables, ¿quién me recuerda que es población?, E: La cantidad de personas que se van a encuestar” (Puerta, 2016, p.12), el segundo momento correspondió a la explicación que da de las temáticas planteadas; y el tercer momento correspondió al cierre, en el cual la docente emplea para hacer un breve repaso de lo trabajado

como se muestra a través del siguiente fragmento de transcripción “P: En conclusión, en un estudio estadístico hay que definir la población, escoger una muestra, hacer la representaciones gráficas y sacar conclusiones” (Puerta, 2016, p.19), cada uno de estos momentos durante la clase cumplen con una intencionalidad pedagógica.

Además, en el registro videográfico se observó un aula organizada y estructurada, sin embargo, esta categoría fue la de menor frecuencia en los hallazgos encontrados, con una recurrencia del 3,7% (Figura 1).

Categoría: interacción

Para la docente esta categoría hace referencia a la acción de socializar ideas y compartir con los demás los puntos de vista, conocimientos y posturas con respecto a un objeto de estudio.

La interacción contempla a los estudiantes como participantes activos del proceso de aprendizaje, ésta se manifiesta entre la docente y los estudiantes a través de acciones como “P: entonces empecemos” (Puerta, 2016, p.5), haciendo ella, énfasis en la enseñanza, “P: ¿qué es un número complejo?” (Puerta, 2016, p.5), y los estudiantes en el aprendizaje “E: un número que tiene un número real y uno imaginario” (Puerta, 2016, p.5).

Se genera con esa interacción Profesor - Estudiante un ambiente favorable para el proceso de enseñanza; la categoría de interacción se hace evidente durante la grabación con una recurrencia del 31,7 % (Figura 1).

Categoría: estímulo positivo

Para la docente, el estímulo positivo son aquellas acciones que se dan en el aula, provocando una respuesta favorable en el aprendizaje, y creando un ambiente positivo para el mismo.

Durante el desarrollo de las temáticas se observan diversos estímulos positivos por parte de la docente hacia sus estudiantes, es así como en diversos momentos de la clase manifiesta

expresiones como: muy bien chicos, eso es correcto, ¿quién me quiere ayudar?, y fomenta la colaboración entre los estudiantes provocando respuestas asertivas para el aprendizaje, esta estrategia utilizada por la docente tuvo como objetivo fortalecer procesos relacionados con la atención, la memorización y la solución creativa de problemas, la categoría estímulo positivo fue una categoría que durante el desarrollo del registro obtuvo un 4,4% de recurrencia (Figura 1).

Categoría: Contenido del saber

Para la docente esta categoría hace referencia a aquellas orientaciones metódicas y científicas del quehacer educativo, y da origen a dos subcategorías, información de contenidos a trabajar y la explicación de los mismos.

Durante las grabaciones, se observó que la docente informa a los estudiantes las temáticas a trabajar con expresiones como: “Buenos días chicos, en el día de hoy vamos a ver las operaciones con números complejos” (Puerta, 2016, p.1), al igual que les recuerda las temáticas trabajadas en clases anteriores así: “recordemos que trabajamos tres conceptos básicos” (Puerta, 2016, p.12), plantea momentos de explicación de los saberes de esta forma: “si el signo de agrupación está precedido del signo más, lo de adentro no cambia, pero si está precedido del signo menos todo lo que hay dentro del signo de agrupación cambia de signo” (Puerta, 2016, p.8) e institucionaliza los conceptos cuando afirma: “bueno, entonces ya sabemos que los imaginarios salen de la solución de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ ” (Puerta, 2016, p.5), lo que permite inferir que la categoría contenidos del saber tenga una recurrencia del 19% (Figura 1) durante el desarrollo de las temáticas y que como lo supone Lucio (2010) se “trabaje la enseñanza como práctica social específica que supone por un lado, la institucionalización del quehacer educativo y por el otro, su sistematización y organización alrededor de procesos intencionales de enseñanza aprendizaje” (p.16).

La caracterización anterior muestra que durante el desarrollo de las clases de la visión retrospectiva, la interacción y el manejo de la pregunta fueron instrumentos pedagógicos reiterativos, pero también deja observar “que no logró generar espacios para la retroalimentación participativa, además no contextualizó las temáticas, dificultando el aprendizaje significativo”, pues éste se logra cuando el alumno es capaz de relacionar la nueva información con los conocimientos y experiencias previas y con otros elementos que ayuden a comprender y validar lo visto en clase, tampoco se evidenció un trabajo colaborativo, ni el manejo de materiales de apoyo o la utilización de estrategias en el aula, puesto que en las clases de los números complejos la temática fue trabajada desde el algoritmo, y las clases que hacen referencia a los conceptos básicos de la estadística, se trabajaron desde la parte conceptual, es decir con un enfoque magistral.

1.5 Pregunta de investigación y objetivos

A partir de las situaciones expuestas, de las inquietudes planteadas y desde los antecedentes consultados, surgió la importancia de proponer investigaciones encaminadas a la intervención y la reflexión de la práctica docente, en virtud de ello surgió la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en estudiantes de grado octavo?

Objetivo general

Describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al planear e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en grado octavo.

Objetivos específicos

- Describir a partir de la secuencia didáctica, la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente.
- Caracterizar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, desde la competencia científica.
- Analizar desde la categoría interactividad, la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente.

2. Marco teórico

En este capítulo se presenta la fundamentación matemática y didáctica de los triángulos, la práctica docente, sus características a partir de la metodología de la indagación y la construcción de la unidad didáctica que será un elemento de análisis que se deriva del proceso de descripción e interpretación de la práctica de aula de la autora.

2.1 Fundamentación matemática y didáctica de los triángulos

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) establecen que:

... la geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior (p.17).

Mediante los cuales se construye y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y propiedades, para construir modelos y llegar a realizar generalizaciones que ayuden a solucionar problemas (MEN, 1998).

Al respecto Godino (2002) afirma que: “El lenguaje- geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de descubrir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio” (p.456), de igual manera este autor plantea que la construcción de las estructuras geométricas permiten dar sentido a objetos imaginarios que resultan eficaces para modelar el mundo que nos rodea como ocurre por ejemplo con los triángulos.

Este planteamiento de Godino (2002) es corroborado por Alemán (2009), que considera que el conocimiento geométrico implica “descubrir propiedades de las figuras y de las

transformaciones, construir modelos, elaborar conclusiones para llegar a formular leyes generales y resolver problemas” (p.46). De lo anterior se puede inferir que:

...la geometría induce al estudiante a generar conexiones y adquirir habilidades relacionadas al espacio y las figuras para establecer relaciones entre aspectos visuales y analíticos, y así realizar un análisis de los espacios bidimensionales y de las formas y figuras que se hallan en ellos (Castellanos, 2010, p.32).

Ahora bien, dentro del estudio de las figuras geométricas el triángulo ha representado uno de los objetos de más amplio estudio, tanto en la antigüedad como en la época moderna, describiendo de forma minuciosa sus formas, elementos, propiedades y teoremas; al respecto Lancheros (2016) plantea que: “Los triángulos, polígonos con el menor número de lados posible, son las figuras geométricas a partir de las cuales se desarrollan los poliedros regulares que se asocian a los elementos naturales” (p.23), mostrando así la importancia de este elemento dentro de la geometría.

Como lo expresa Godino (2002), algunas de las propiedades de los triángulos son:

La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es 180° .

Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.

Cualquiera de sus lados es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

En todo triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras, este teorema plantea que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, $a^2 + b^2 = c^2$ siendo la cantidad a y la cantidad b la medida de los catetos y c la medida de la hipotenusa (p.23).

Frente a esto González (2008) manifiesta que es uno de los teoremas que más curiosidad, atención y demostración han tenido en la historia, y que sin lugar a dudas este “señala el primer

salto entre los confines de la especulación empírica e inductiva y los dominios del razonamiento deductivo” (p.104). Razones por las cuales, se puede decir que el estudio de los triángulos y sus propiedades permiten desarrollar en los estudiantes habilidades y capacidades para desenvolverse en un mundo lleno de formas geométricas y frente a esto Lastra (2005), citado por Alemán (2009) manifiesta que:

Una tarea importante a desarrollar en la geometría es la de proporcionar a los niñas y niños un conjunto de experiencias que les permiten reconocer la diversidad de formas de los objetos que les rodean, establecer relaciones entre ellas y considerar a las formas geométricas como simplificadas de las formas que se encuentran en el entorno (p.48).

2.2 Práctica docente

La práctica docente según De Lella (1999) “se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la distingue de la práctica educativa en lo institucional global y el carácter social de la práctica” (p.13), está centrada en el maestro, en la manera en que trabaja, se expresa, se comporta y se relaciona en un contexto educativo dentro de su trabajo en el aula de clase. Además, es importante recordar que la práctica docente involucra dos actores, el estudiante y el docente, y este último debe ser especialista en la enseñanza de la matemática, su historia y epistemología.

Además, como lo afirma Briones (1999. Citado en Gaitán, Gatarayih, Martínez, Romero, Saavedra y Alvarado, 2005):

... debe tener conocimientos amplios, claros y precisos en la metodología y didáctica de esta disciplina, lo cual incluye conocimientos de diseño y desarrollo curricular, diseño y uso de medios y materiales de instrucción y, por fin, métodos y técnicas de evaluación de los aprendizajes (p.11).

Ahora bien, interpretar la práctica docente desde tres categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad, y que según González-Weil et al., (2012), contribuyen con la reflexión de lo sucedido en el aula durante la implementación de la unidad didáctica diseñada a partir de la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

2.2.1 Secuencia didáctica.

La *secuencia didáctica* está relacionada con la pregunta ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran?, la misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, el acompañamiento del docente en la construcción de conocimientos facilitando y regulando el aprendizaje. Así como la relación entre la situación planteada y el contenido; la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil et al., 2012).

2.2.2 Competencia científica.

La *competencia científica*, relacionada con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil et al., 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes y a la forma como se enseña; se destaca que cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus

diferentes formas para articular los saberes previos con los nuevos aprendizajes, al hacer uso del lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

2.2.3 Interactividad.

La *interactividad* se refiere a ¿qué características tiene la interacción profesor-alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? características que se identifican con la presencia de un proceso activo de negociación, que además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático del docente, propician el andamiaje que muestra el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil et al., 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten analizar la práctica docente de la investigadora, práctica que se interpretará a partir de la metodología de la indagación.

2.3 Metodología de la indagación

La metodología de la indagación tal como lo plantean Uzcátegui y Betancour (2013) se describe como:

...una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada desde la comprensión y significación de los participantes (p.27).

Esta metodología especifica el rol del docente un ambiente que motive al estudiante a participar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera activa, abandonando su papel de transmisor de conocimientos para desempeñar un rol de guía, introduciendo medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, permite como lo afirman Cristóbal y García (2013) “despertar la curiosidad de los estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión” (p.12).

Por tanto esta metodología compromete al docente en promover el diálogo en el aula, formular constantemente preguntas, dar tiempo suficiente para responder, hacer retroalimentación cada vez que la enseñanza y el aprendizaje lo requiera, posibilita como lo plantea Harlen (2013) “la evaluación formativa a través de la autoevaluación y la evaluación entre pares” (p.18).

En consecuencia, se reconoce al docente como la persona que facilita la situación problema con la intención como lo proponen Amador, Rojas y Sánchez (2015) de: plantear, cuestionar y someter a prueba hipótesis, razonamientos, conclusiones; mientras observa y toma nota, para luego orientar esos razonamientos hacia el saber, es decir que le brinda al maestro la alternativa de ser un mediador que posibilita la construcción de significados y acerca al estudiante hacia el conocimiento, dicha construcción como lo plantea Bustos (2011) es posibilitada por medio de un modelo de fases dinámicas que se conoce como indagación práctica.

Para los propósitos de esta investigación, las fases de la indagación práctica se evidencian en la matriz para el análisis de la práctica docente desde la indagación práctica (Anexo 2) usada para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente y a su vez las categorías propuestas por Bustos (2011) citadas por Amador et al., (2015) y que fueron:

Hecho desencadenante: el docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos y en el proceso tanto docente como estudiantes se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

Fase de exploración: se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo de manera cooperativa a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo, al realizar búsqueda y elección de información, búsqueda de hipótesis, esta información es discutida, corroborada y así mismo valorada.

Fase de integración: se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva, el profesor orienta el proceso de manera correcta en las situaciones en el pensamiento crítico.

Fase de resolución: se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas (p.40).

La metodología de la indagación se concretó en la planeación, organización y construcción de la unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en grado octavo.

2.4 Unidad didáctica

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica, en ésta investigación se adopta la propuesta que define Coll (1991) citado por Céspedes y González (2012) como “una unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de objetivos, bloques elementales de contenido, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación” (p.61).

Así mismo, otros autores como Escamilla (1993) citado por Gil (1997) y por Ramos (2006) complementan la definición de unidad didáctica afirmando que es “una forma de planificar el

proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad” (p.68).

Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (1992) citado en Corales (2009) definía el término de unidad didáctica como “una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos” (p.3).

Se presenta a continuación el siguiente esquema de la Figura 3 para escribir la unidad didáctica tomado del Macroproyecto de Matemática de la UTP (2015):

AREA: MATEMÁTICAS NOMBRE DE LA UNIDAD: _____ GRADO: _____

Tema a desarrollar: Se especifica el tema que se desea trabajar											
Justificación y Fundamentación teórica: Se describe la teoría que apoya el saber matemático a trabajar y se justifica con base en alguna investigación. Es decir, por qué es necesaria esta unidad.											
Objetivo General: debe contener el qué, el cómo y el para qué de la unidad en general											
Estandar de competencia Es necesario comprender el estándar, describirlo y relacionar los contenidos conceptuales procedimentales y actitudinales que estén implicados en ese estándar.											
CC: Contenidos conceptuales ¿qué tienen que saber?	CP: Contenidos procedimentales ¿Qué tienen que saber hacer?	CA: Contenidos actitudinales Actitudes a fortalecer o desarrollar									
Estrategias didácticas											
Número de Clase	Estrategias de enseñanza y de aprendizaje										
1	Se describe el espacio pedagógico según corresponda el conocimiento a construir. Paralelamente se describe lo concreto, lo gráfico y lo abstracto involucrado en la construcción del conocimiento.										
2	Se pueden diseñar fichas de trabajo según el tema estas se anexan en este apartado.										
Evaluación											
Tipo	Procesos evaluados	Criterios de evaluación Son los parámetros que se tiene en cuenta para evaluar									
Qué tipo de evaluación se va a implementar	Son los implicados de acuerdo al estándar	Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño <table border="1"> <tr> <th>Nivel I</th> <th>Nivel II</th> <th>Nivel III</th> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	Nivel I	Nivel II	Nivel III						
Nivel I	Nivel II	Nivel III									
Lenguaje a manejar Términos que el docente va a implementar durante los espacios pedagógicos.											
Recursos y mediadores cognitivos: Describirlos brevemente.											
Habilidades cognitivas a fortalecer. Nombrarlas y explicar las razones por las cuales se fortalecen durante la unidad											

Figura 2. Esquema para escribir la unidad didáctica

Fuente: Macroproyecto de matemática UTP (2015)

El diseño, la planeación y la organización de la unidad didáctica para ésta investigación, como se mencionó anteriormente se hizo teniendo en cuenta la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau

Brousseau (2007) propone un enfoque en el que intervienen tres elementos fundamentales para la enseñanza de la matemática, los cuales son el profesor, estudiante y medio didáctico; el conjunto de interacciones entre estos tres sujetos se denomina situación didáctica, (Brousseau, 1998. Citado por Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales y saca al estudiante del sistema de sólo recibir los conocimientos por parte del profesor y lo introduce en una interacción que lo lleva a la producción de conocimientos, donde se piensa la enseñanza desde una mirada de producir a partir de lo que ya se sabe y es el docente quien debe generar espacios que llevan al estudiante a la construcción de estos nuevos saberes.

Estas situaciones didácticas comprenden: la situación acción, la situación de comunicación, la situación de validación y la situación de institucionalización.

Situación acción: permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En consecuencia, la situación acción (experimentando-descubriendo) tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante al interactuar con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual pretende despertar el interés del estudiante, ya que el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, llevándolo a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

Situación de comunicación: en ésta el estudiante intercambia con sus compañeros información, lo cual exige que intervenga en ella, formule enunciados y pruebe proposiciones,

construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías y los ponga a prueba con otros. Y como lo plantea Gómez (2001) esta situación le permite al estudiante generar estrategias y “reconocer las que están conformes con la actividad matemática y tomar las que le son útiles para continuarla” (p.5).

Por consiguiente, la situación de comunicación (hipótesis-comunicado) requiere de la comunicación de los estudiantes para generar interacción con el otro en relación con el problema planteado y que cada integrante, se vuelva partícipe activo ya que aporta ideas de solución, las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

Situación de validación: corresponde al momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante con respecto al problema planteado; para esto él debe poder validar la situación a través de la pertinencia y estrategia puesta en marcha, tal como como lo plantea (Brousseau, 1985.Citado por Gómez, 2001) cuando manifiesta que en esta etapa los estudiantes deben

... hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus afirmaciones; se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro (p.6).

Así la situación de validación (demostración-comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

Situación de institucionalización: es el momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando como lo plantea (Brousseau, 1985.Citado por Gómez, 2001) “sentido entre las

producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye, recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos” (p.6).

En la situación de institucionalización (formalización) el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado y es aquí donde se culmina el proceso, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado.

Las situaciones didácticas anteriores ocurren en un medio preparado por el profesor para que ocurra la nueva construcción de conocimiento, por otro lado, las interacciones producidas entre el profesor y el alumno deben estar reguladas por un contrato didáctico el cual se compone del conjunto de responsabilidades distribuidas entre estos dos sujetos, consignas que abarcan “la emisión de conocimientos- su comunicación, validez, novedad, valor, interés o estado cultural- y las condiciones en las que éstos podrán manifestarse, ser recibidos, aprendidos, reproducidos” Brousseau (2007, p.56). El autor plantea además, que para que un contrato sea debidamente didáctico el docente debe tomar en cuenta que el estudiante es un sujeto epistémico es decir, que se encuentra en permanente interacción con la realidad que procura conocer, proceso que le genera la necesidad de adaptarse y mantener el equilibrio ante las distintos intercambios.

Dentro de éstos tipo de contratos se distinguen los de: información (dialéctica y dogmática), utilización de conocimientos, iniciación o de control y el de instrucción o dirección de estudio, éstos tienen como propósito hacer que el estudiante se apropie de un saber. Sin embargo, dentro del marco de las posibles interacciones acontecidas en una situación didáctica, el autor identifica algunos efectos que atentan en contra de la construcción de nuevos conocimientos, actitudes que

ponen en riesgo el contrato didáctico establecido. Al respecto, Brousseau establece cuatro efectos, los cuales serán enunciados a continuación:

2.5.1 Efecto Topaze y el control de la incertidumbre.

Ante la frustración en la dificultad para aprender por parte de los estudiantes el profesor adopta una posición donde él asume la responsabilidad de la esencia del trabajo dándole instrucciones o preguntas obvias para que el estudiante encuentre la solución al problema planteado y aparentemente “obtener la máxima significación para el máximo de alumnos” Brousseau (2007, p.76).

2.5.2 Efecto Jourdain o el malentendido fundamental.

Son actitudes en las que el docente evita corregir posiciones erróneas en el estudiante, es decir, “admite reconocer el indicio de un conocimiento sabio en los comportamientos o respuestas del alumno, aunque en realidad estén motivados por causas y significaciones banales” Brousseau (2007, p.77), con el propósito de evitar el debate de conocimiento con el alumno.

2.5.3 Deslizamientos metacognitivos y metadidácticos.

Ocurre cuando el profesor con el propósito de que la actividad de enseñanza no fracase, reemplaza el conocimiento matemático por sus propias explicaciones y sus medios heurísticos.

2.5.4 El uso abusivo de la analogía.

Es un tipo de efecto Topaze en donde el profesor propone problemas similares a manera de analogía a los que han servido de ejemplo, de este modo, el estudiante obtiene las soluciones leyendo las indicaciones y no gracias al compromiso con el problema.

3. Metodología

En este capítulo se presenta la sustentación metodológica que permite el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas, instrumentos y fases.

3.1 Tipo de investigación

La investigación es de tipo cualitativo, de corte descriptivo interpretativo puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.9), ésta busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es, el aula. Para este caso el propósito es interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en estudiantes de grado octavo.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y la sistematización de la información asociada a las acciones y discursos del docente a partir de las transcripciones de las videograbaciones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

3.2 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación se realiza desde la teoría fundamentada “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.444). Para el diseño se consideraron tres momentos:

Inicialmente se toma como antecedente primario, antes de la formación posgradual, la observación de dos sesiones de las clases de la investigadora, a través de videgrabaciones de la práctica de la docente en el aula, las cuales se transcribieron para buscar acciones recurrentes, línea a línea, y desde la codificación abierta de la teoría fundamentada “analizar y generar por comparación constante, categorías iniciales de significados” (Hernández et al., 2010, p. 494), con este conjunto de categorías emergentes, se construye la visión retrospectiva de la docente. Posteriormente, a través de la codificación axial se establecieron conexiones entre las categorías de donde emergen las subcategorías (Hernández et al., 2014); que permitieron caracterizar su práctica.

En un segundo momento, posterior a la revisión documental, se diseña y planea una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, la cual se implementa en cuatro sesiones de clase que fueron grabadas y transcritas en el procesador de texto <https://speechnotes.co/es/>, para luego ser importadas como documentos primarios al software Atlas Ti para segmentarlas a través de una revisión detallada con el instrumento de análisis de la práctica docente según los ítems asignados (Anexo 1), lo que posibilita de manera recurrente describir las acciones de la docente según categorías, subcategorías e ítems del instrumento.

En el tercer momento, para analizar la información sistematizada se tiene en cuenta la matriz para el análisis de la práctica docente desde la indagación práctica, construida a partir de las fases de la indagación práctica propuestos por Bustos (2011) hecho desencadenante, exploración, integración y resolución (Anexo 2). Estas fases fueron relacionadas con los ítems del instrumento de recolección de información, para luego describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, lo que genera un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva.

3.3 Técnicas e instrumentos de investigación

3.3.1 Observación.

En la presente investigación se asume “la observación” como técnica de recolección de información a partir del registro videográfico de las sesiones de clase que conformaron la unidad didáctica. El objetivo se enmarca en conocer la práctica docente (fenómeno de estudio) desde un entorno natural; lo anterior por cuanto lo afirma Cerda (1991):

... La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo. Es decir, esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades aisladas (p.237).

De aquí que es la observación la que permite describir la práctica de la docente y la apropiación de la metodología de la indagación en los actos de aula, en las categorías y subcategorías propuestas por González-Weil et al., (2012) secuencia didáctica, competencia científica e interactividad y en las fases de la indagación práctica de Bustos (2011): hecho desencadenante, exploración, resolución e integración.

3.3.2 Estudio de caso por autoobservación.

La autoobservación como criterio científico de investigación se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el

aprendizaje escolar con las reflexiones de los investigadores sobre sus propias prácticas; como se menciona en Gómez (2007) y Brousseau (2007).

La investigación cualitativa como lo plantea Martínez (2011) “no parte de hipótesis y, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos” (p.17). De igual manera Hernández et al., (2010, p.395), sostienen que “el objetivo central en los estudios cualitativos se enmarca en la manipulación de elementos subjetivos, y que esto no es viable en comunidades ampliamente numerosas, por lo que entre menor sea la cantidad de casos, mayor conocimiento se puede hacer del objeto a investigar”; razón por la cual para esta investigación se ha tomado un estudio de casos, representado en una docente de básica secundaria, nombrada en propiedad y becada por el Ministerio de Educación Nacional.

3.3.3 Instrumentos para recolección de datos.

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permite describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil et al., (2012):

Secuencia didáctica, en la que se pretende responder a la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón y cómo se estructuran? a través de las subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles.

Competencia científica, en relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? contiene dos subcategorías: promoción de conocimiento, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

Interactividad, relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? a través de las subcategorías: presencia de un

proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La tabla 1 que se muestra a continuación describe las categorías descritas anteriormente.

Tabla 1. Categorías y subcategorías de la práctica docente

Categoría	Subcategoría
Secuencia Didáctica	Actividad medular
	Momentos de la clase flexibles
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.
	Enseñanza de las competencias disciplinares.
Interactividad	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2016

Para la validación del instrumento se efectuaron los siguientes pasos: el primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero en Didáctica de la Matemática (SEDIMA) de la Universidad Tecnológica de Pereira. Posteriormente fue revisado por los maestrantes inscritos en el Macroproyecto de Matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera y segunda cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos, teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta investigación. A partir del cual se hicieron los ajustes al instrumento y a la matriz de análisis, para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.

3.3.4 Matriz para el análisis de la práctica docente desde la indagación práctica

La matriz para el análisis de la práctica docente desde la indagación práctica (Anexo 2) fue diseñada en el macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática”, primera y segunda cohorte y validada por expertos. La matriz se construyó teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica propuesta por Bustos (2011), fases que se relacionan con los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información, para establecer el nivel de apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente observada. La Tabla 2, resume dichas categorías y subcategorías.

Tabla 2. Fases y subcategorías de la indagación práctica

Fases	Subcategorías
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa
	Exploración de conocimientos previos
	Planteamiento del problema contextualizado
	Involucrar al estudiante
Exploración	Construcción de significados
	Búsqueda de hipótesis
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa
	Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada
	Búsqueda y elección de información
Integración	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado

	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones
Resolución	Evaluación de la solución propuesta Confirmación y análisis de la explicación

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2016

3.4 Fases de la investigación

La investigación realizada se resume en ocho fases retomadas del macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira, las cuales actúan como garantes de los resultados presentados sobre la interpretación de la práctica docente de la investigadora, estas son:

Fase 1: problematización en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación posgradual, visión retrospectiva.

Fase 3: apropiación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: diseño, planeación y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: interpretación de la práctica docente a partir de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: discusión y análisis de los datos.

Fase 8: conclusiones y recomendaciones.

4. Análisis de los resultados

El propósito de este capítulo es presentar la interpretación de la práctica de la docente desde las categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

Para el análisis, la docente diseñó e implementó una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos en grado octavo, fundamentada en la metodología de la indagación y la situaciones didácticas de Brousseau (2007), compuesta por cuatro sesiones de clase, cuyos objetivos fueron la identificación de las propiedades de los triángulos, la clasificación de los mismos, la demostración del teorema de Pitágoras de forma gráfica y analítica con el fin de aplicar las temáticas vistas en la construcción de un puente con estructuras trianguladas (Anexo 6), situación adaptada de https://www.youtube.com/watch?v=_PrTfTDgVSo.

Para el propósito del presente capítulo, la docente observó su práctica a través de los registros videográficos de cada sesión de clase, con los cuales se siguió la metodología planteada en el capítulo tres de esta investigación.

Finalizado el proceso de codificación, los ítems que sirvieron para analizar el quehacer docente según González-Weil et al., (2012) y la indagación práctica propuesta por Bustos (2011), se procedió a identificar la frecuencia de los datos y las coocurrencias entre los mismos según las relaciones propuestas desde el macroproyecto de matemática (Anexo 3), entendiendo estas coocurrencias como las veces en que las fases de la indagación práctica se presentaron simultáneamente con las características de la práctica docente.

Debido a la extensión que representó la interpretación de los datos, solo se tuvo en cuenta algunas de las coocurrencias de mayor o menor relevancia presentadas durante el proceso de codificación.

4.1 Categoría secuencia didáctica

Esta se define como “el conjunto de actividades, secuenciadas y organizadas” Sanmartí (2000, p.254) intencionadas por el docente para la enseñanza, enmarcada en las situaciones didácticas propuestas por Brousseau (2007) con las fases de la indagación práctica planteada por Bustos (2011). Esta categoría fue analizada a partir de las subcategorías formuladas por Sanmartí (2002) citado por González-Weil (2012) definidas como actividad medular y momentos de la clase flexible.

4.1.1 Actividad medular.

La actividad medular como lo plantea (Sanmartí, 2002. Citado por González-Weil, 2012) “está organizada, principalmente, en torno a experiencias de acceso directo al aprendizaje, las cuales contemplan la utilización de variados recursos, donde los alumnos son los protagonistas en la construcción del conocimiento” (p.89). Aspectos que se identificaron en el proceso de codificación al relacionar los fragmentos de las transcripciones con los ítems 1A-1, 1A-2, 1A-3 del instrumento especificados en la Tabla 3, en ella se indican los porcentajes de coocurrencias entre estos puntos de la práctica docente y las fases de la indagación práctica: HD-hecho desencadenante, EX: búsqueda de hipótesis, HD: conocimientos previos, que dan cuenta de la apropiación de la metodología de la indagación en el quehacer docente.

Tabla 3. Actividad medular

	Actividad medular		
	1A-1	1A-2	1A-3
Indagación práctica	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.
HD: Planteamiento del problema	29%	54%	15%
EX: Búsqueda de hipótesis	2%	7%	10%
HD: Conocimientos previos	8%	14%	12%

Fuente: Producción propia con el programa Atlas.ti

Los datos mostrados anteriormente permiten observar que la práctica de la docente se vio influenciada por la metodología de la indagación en, HD planteamiento de problemas, al desarrollar la enseñanza de los triángulos y sus propiedades mediante situaciones problema basadas en contextos reales, 1A-1 al obtener un 29% de las coocurrencias. Además, muestra que la docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, 1A-2 en un 54%, de igual manera la tabla permite ver en, 1A-3 la utilización de variados para la construcción del conocimiento con un 15%.

Los hallazgos obtenidos en la tabla se corroboran cuando la docente inició el desarrollo de la enseñanza de los triángulos a través del planteamiento de un problema contextualizado, “la construcción de un puente”, lo que le permitió establecer una interacción entre los estudiantes y su mundo físico, lo anterior se ilustra por medio del siguiente fragmento de transcripción:

P: Vamos a leer nuestra situación problema, ésta situación es con la que vamos a desarrollar toda nuestra unidad didáctica, ¿Quién quiere leer? (En ese momento la docente le da la

palabra a un estudiante para que realice la lectura en voz alta mientras el resto del grupo sigue la lectura que se encuentra expuesta en una diapositiva en el tablero)

E: En la institución educativa se trabaja con aulas especializadas... facilitando el desplazamiento.

P: ¿hasta aquí han entendido lo que se está planteando?

E: Si profe, que los estudiantes son los que tienen que ir de un lugar a otro en los cambios de clase.

P: Muy bien, continuemos con la lectura. (Puerta, 2017, p. 7)

Transcripción implementación de la unidad didáctica

Fuente: Elaboración Propia

La anterior transcripción muestra como la docente invitó a los estudiantes a leer en voz alta el problema planteado para la enseñanza de los triángulos, además en ella se observa que durante la lectura, la maestra realizó retroalimentación con el fin de verificar el entendimiento de la situación propuesta. Estrategia que le permitió generar un ambiente participativo y creativo en los educandos posibilitando que éstos exploraran diversas opciones de solución de la situación planteada, lo cual se muestra en el siguiente fragmento de la unidad didáctica.

La institución educativa está conformado por dos bloques separados entre sí por una zona verde, y en ella se trabaja con aulas especializadas, de tal manera que durante los cambios de clase son los estudiantes quienes se trasladan de un salón a otro, lo que provoca que el recorrido en los cambios de clase sea largo y que se generen congestiones, una posible solución a esta dificultad sería la construcción de un puente que una dichos bloques facilitando el desplazamiento.

El área de matemática vio la oportunidad de enseñar la geometría a través de una experiencia significativa y para ello propone realizar un concurso con los estudiantes de grado octavo, el cual consiste en la creación de una maqueta de la estructura del puente.

Los directivos de la institución y los docentes del área serán los jueces del concurso, los ganadores del reto tendrán la oportunidad de tener una placa de honor como reconocimiento, además esto será publicado en la página web de la secretaría de educación municipal. Los requisitos propuestos por el área son los siguientes:

- I. Toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinde mayor estabilidad.
- II. El material utilizado para la elaboración de la estructura será Papel periódico y pegamento.
- III. Las dimensiones del puente deben cumplir las siguientes condiciones:
 - a. La medida del largo debe estar en un rango de 50 a 70 cm
 - b. El ancho debe ser la mitad de la medida del largo
 - c. La altura debe ser las dos quintas partes del largo
- IV. La estructura debe ser resistente bajo condiciones de carga.

Fragmento de la situación problema que da inicio al desarrollo de la U. D.

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en el fragmento anterior la docente se apoyó en una situación problema basada en el contexto real de los estudiantes para la enseñanza de los triángulos, dicho escenario daba respuesta a una necesidad institucional la cual era mejorar la movilidad de los educandos en los cambios de clase, involucrándolos en un asunto central que hacía parte de la vivencia escolar ya que “el alumno mismo aprende por regulaciones de sus relaciones con su medio” Brousseau (2007, p.52) y es a través de este espacio de acción que la maestra pretendió desequilibrar cognitivamente a sus alumnos.

Es importante resaltar de igual manera, la necesidad de precisar las condiciones de la tarea, por cuanto “la situación sirve, en su sentido ordinario, para describir tanto al conjunto (no

necesariamente determinado) de condiciones que enmarcan una acción, como al modelo teórico y eventualmente formal que sirve para estudiarla” (Brousseau, 1999. Citado en Sadosvsky, 2005, p.43); por lo tanto, el propósito central es posibilitar la interacción que puede entablarse entre el estudiante y un medio que pone resistencia, en el cual el estudiante debe participar de manera activa, pero no carente de sentido, sino intencionada por un objetivo de aprendizaje. Este acontecimiento de aparente contradicción frente a lo propuesto por Brousseau se entiende como un “riesgo didáctico” que la docente asumió frente al establecimiento de una serie de acuerdos, que si bien es cierto buscan regulación del comportamiento del docente en su función de enseñar y del estudiante de aprender, también es cierto que en el ejercicio interaccional asume la necesidad de que el docente dirija sin participar de manera activa, sino generando un medio en el cual el estudiante a partir de sus conocimientos previos, tome decisiones frente a las condiciones de la situación acción o hecho desencadenante.

Aquí se es consecuente con lo propuesto por Brousseau, cuando manifiesta los posibles efectos del contrato didáctico, los cuales el docente debe de asumir para cumplir su tarea de facilitador. Riesgos como el contaminar lo que se espera que el estudiante haga (efecto Topaze), e incluso en las situaciones adidácticas, aceptar razonamientos “inválidos o incorrectos” para la comunidad académica (efecto Jourdain), pero que en últimas gracias a la competencia científica del docentes, hará la transición del lenguaje banal que usa el estudiante para desarrollar la tarea de aprendizaje, hacia la conceptualización del objeto matemático propósito de la clase. Para que esta transición se dé en función del objetivo de aprendizaje, Harley (2013), Coll (2008), Bustos (2011), y Brousseau (2007), coinciden en la necesidad de una interacción docente-estudiante, bajo una estrategia de pregunta-respuesta, contrapregunta-contrarespuesta, para posibilitar la construcción de los nuevos aprendizajes.

De igual manera, se puede observar en el fragmento anterior que la docente se apoyó en una situación problema basada en el contexto real de los estudiantes para la enseñanza de los triángulos, ya que para ellos representa una necesidad apremiante el hecho de desplazarse por los diferentes bloques, y al proponerles el puente como alternativa de solución como estructura que han visto en otros lugares como el viaducto César Gaviria, en los que se puede apreciar los triángulos como figuras reiteradas a lo largo de majestuosa obra; hay mayor posibilidad de representar mentalmente y luego a través de una maqueta, la solución al problema propuesto, consecuente con lo que afirma Brousseau “el alumno mismo aprende por regulaciones de sus relaciones con su medio” (2007, p.52); y es a través de este tipo de situaciones en las que la docente buscó estimular la comprensión, argumentación y proposición por parte de los estudiantes, desencadenando un desequilibrio cognitivo en sus alumnos, una vez que realizó preguntas como las que se pueden apreciar en la siguiente transcripción:

<p>P: Comprendieron lo que plantea la situación problema. Vamos a hacer el análisis entre todos ¿Cuál es el problema?</p> <p>E: El desplazamiento de los estudiantes.</p> <p>P: ¿Y por qué el desplazamiento de los estudiantes es un problema?</p> <p>E1: Porque al cambiar de aula se crea un choque.</p> <p>E2: Se crea una congestión y para evitarla se planea construir un puente que de la posibilidad de ir de un lado para otro.</p> <p>P: ¿Y dónde lo van a construir?</p> <p>E: Entre los dos bloques del colegio. (Puerta, 2017, p. 8)</p>
--

Fragmento de la transcripción
Fuente: Producción propia

Además la situación problema propuesta por la docente, le permitió dar inicio al desarrollo de las temáticas que se plantearon para la enseñanza de los triángulos en grado octavo, por ejemplo

en el segmento de transcripción que se muestran a continuación (Imagen 1) se puede observar que los estudiantes con el apoyo de la maestra relacionaron las propiedades de rigidez de los triángulos con el primer requisito del concurso el cual plantea que: toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinde mayor estabilidad, y con el fin de lograrlo la docente entregó material didáctico a los educandos para que ellos construyeran diversos polígonos y les entrego un volante que planteaba que después de construir las figuras debían aplicar fuerza de compresión en los vértices con el fin de que ellos exploraran la estabilidad de los mismos.



E: Profe mire se dobla

P: Todas las figuras

E1: no profe

E2: Todas las figuras cuando le hacíamos presión se deformaban y se deformaban y la más resistente fue el triángulo.

P: ¿Cuál sería la conclusión?

E: Que la figura geométrica con más resistencia es el triángulo.

P: Y entonces el concurso dice que nosotros tenemos que construir el puente con la figura geométrica de mayor resistencia: ¿cuál sería esa figura?

E: Es el triángulo.

(Puerta, 2017, p.11)

Ilustración 1. Estudiantes manipulando materiales y en diálogo con la docente
Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la imagen anterior los estudiantes con el material entregado construyeron polígonos diferentes y a través de la manipulación llegaron a inferir que la figura

que ofrecía mayor estabilidad era el triángulo, llevándolos a tomar decisiones, generar estrategias y buscar posibles soluciones para resolver el problema planteado, Figueroa (2013), al respecto manifiesta que el estudiante “va poniendo a prueba sus propios conocimientos, los va profundizando o rechazando a partir de los resultados de sus acciones” (p.32).

Además, el problema planteado también le permitió a la docente relacionar la clasificación de los triángulos con situaciones de la vida cotidiana ya que se aprovecharon las construcciones personales de las estudiantes relacionadas con el tema de los triángulos para articularlas con el nuevo conocimiento, tal como se indica en el siguiente ejemplo de transcripción:

E1: ¿Profe el triángulo de las Bermudas es regular?
 P: Pero regular es con respecto a que, ¿a los lados o a los ángulos?
 E1: Con respecto a los ángulos.
 P: ¿Cómo se clasifican los ángulos?
 E1: En agudos, rectos, eeee..., llanos
 P: ¿Y qué es un polígono regular?
 E2: El que tiene todos los lados iguales
 P: ¿Y los irregulares?
 E1: El que tiene todos los lados diferentes, ha profe, entonces es regular, porque en el video dijeron que las distancias entre las tres ciudades son iguales.
 P: Muy bien, y según lo que vimos ahora, ¿qué nombre reciben los triángulos regulares?
 Es: Equiláteros. (Puerta, 2017, p.21)

Transcripción de la implementación de la U.D.

Fuente: Elaboración propia

El fragmento anterior muestra la manera en que la docente aprovechó la pregunta formulada por el alumno para plantear una pregunta que le permitiera indagar sobre el concepto de ángulo y de polígono regular e irregular que tenían los estudiantes, en el ejemplo se puede observar que ella tomo el concepto previo que tenía el estudiante frente a la clasificación de los ángulos según

su amplitud para articularlo con el objetivo de la clase, el cual era la clasificación de los triángulos según los lados y sus ángulos, ya que como lo afirma Pineda (2013): “las ideas previas que posee el estudiante cobran gran significado al momento de abordar un nuevo concepto” (p.47), y de esta forma la maestra propició espacios de retroalimentación.

Es importante referenciar el papel preponderante que la maestra le dio a los recursos para la enseñanza de la temática abordada, tal como se puede observar en la Imagen 2 que comprende un collage de fotografías donde se puede ver que la docente utilizó videos, material didáctico y guías, con el fin dar solución al problema planteado, dispositivos didácticos empleados por la docente que ayudaron a favorecer la construcción de significados en los estudiantes.

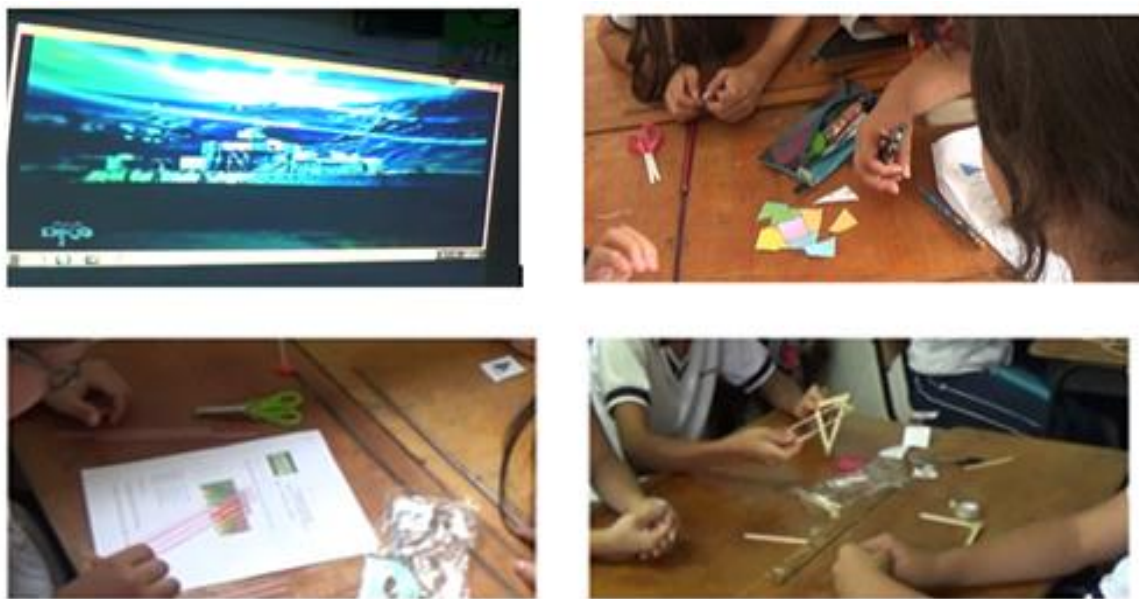


Ilustración 2. Material didáctico utilizado por los estudiantes para la enseñanza de los triángulos
Fuente. Producción propia

El anterior collage muestra como la docente permitió la interacción de los estudiantes con el material didáctico como palos, cinta, pitillos; para que lograran cumplir con los objetivos propuestos en las sesiones de clase, llevándolos a sacar conclusiones desde lo experimental y no desde lo expuesto por el profesor, como se ilustra en el siguiente ejemplo de transcripción.

(Los estudiantes continúan saliendo al tablero a marcar las hipotenusas que hay en la fotografía)

P: Ahora si todas son hipotenusas

E: No profesora

P: Y porque no todas son hipotenusas

E: Esta no es hipotenusa porque este es un triángulo equilátero y la hipotenusa sólo se encuentra en los triángulos rectángulos

(Puerta, 2017, p.48)

Transcripción de la implementación de la U.D.

Fuente: Producción propia

El ejemplo anterior permite ver que en el diseño y planeación de la unidad didáctica, la docente tuvo en cuenta la utilización de variados recursos como mediadores para fomentar la construcción del nuevo conocimiento, al respecto Figueroa (2013) afirma que es “necesario desarrollar materiales, estrategias metodológicas y ambientes para diseñar procesos de enseñanza-aprendizaje que motiven y comprometan el espíritu y la voluntad de nuestros alumnos” (p.2-3), es decir que el uso de los recursos, sirvió para facilitar el aprendizaje de las propiedades de los triángulos.

Por otro lado, el planteamiento de problemas contextualizados y el uso de recursos no fueron observados en la visión retrospectiva tal como lo indica el siguiente fragmento de transcripción de clase: “Bueno chicos, el día de hoy vamos a ver las operaciones con números complejos (la docente copia el título en el tablero) y posteriormente se dirige al grupo” (Puerta, 2016, p.1). Éste hecho igualmente se observa en las siguientes fotografías cuando la profesora inició su clase

ubicando el encabezado del tema a abordar en el centro del tablero.

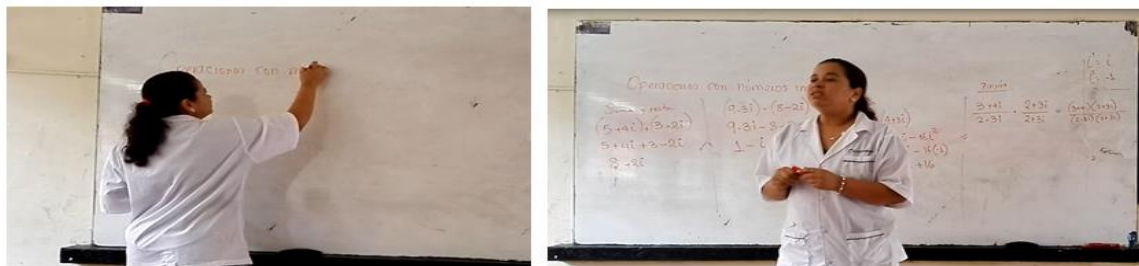


Ilustración 3. Enseñanza centrada en el docente

Fuente: Producción propia

Las fotografías anteriores permiten observar que el propósito de la sesión lo planteó la docente al iniciar el proceso y su recurso fue el tablero, impartiendo una enseñanza basada en la transmisión de conceptos y el manejo de algoritmos matemáticos, lo que no dio espacio a la discusión, llevando a los estudiantes a asumir un rol pasivo en la construcción de su propio aprendizaje, por consiguiente la instrucción de las temáticas fueron centradas en la maestra como lo afirma Puerta (2016) “no se muestra la implementación de estrategias y la utilización de recursos pedagógicos en el aula, dado que las clases se desarrollaron desde la modalidad de clase magistral” (p.7).

Al respecto Brousseau (2007) manifiesta que “las situaciones clásicas de enseñanza son escenarios de institucionalización sin que el docente sea responsable de la creación de sentido: se dice lo que se quiere que el alumno sepa, se le explica y se verifica si lo aprendió” (p.98).

Por otro lado, al analizar los resultados de la codificación de la práctica de la docente, relacionados con la categoría actividad medular se puede observar en la Tabla 3 que la búsqueda de hipótesis no presentó un porcentaje de coocurrencias significativo con el desarrollo de las temáticas planteadas desde contextos reales, lo cual se podría explicar debido a la falta de dominio de la profesora en el manejo en clase de la metodología de la indagación. Sin embargo,

al hacer la revisión de los videos se logra constatar que aunque fueron pocas las situaciones referidas para la exploración de la suposición, éstas lograron ser aprovechadas por la maestra con el fin de dirigir la comprensión del problema tal como lo muestra el siguiente segmento de transcripción:

P: Niños haber, ósea que, ¿con tres segmentos siempre se pueden hacer triángulos?

E1: No.

P: ¿y por qué no?

E1: Porque los lados son desiguales y no se pueden unir.

E2: Por las medidas.

P: ¿por qué por las medidas?

E2: Porque si no miden parejo o casi parejo no se van a alcanzar a conectar.

E3: No van a alcanzar a unirse los vértices

E4: Para mí con tres segmentos se puede hacer un triángulo, no importa las medidas

Profesora: ustedes que creen que este pasando ahí

Estudiante: si se puede formar un triángulo, pero no con todos las ternas

Estudiante: que no todas las ternas pueden formar triangulo

(la profesora le plantea a los estudiantes la siguiente pregunta)

P: Entonces según la medida de los pitillos ¿cuál es la condición para formar triángulos?

luego se desplaza a otro grupo y los estudiantes la discusión, después de un rato ella regresa de nuevo les pregunta a los estudiantes

Profesora: entonces cual es la condición para formar triángulos

Estudiante: a profe que la suma de los lados más pequeños debe ser mayor que el otro

Profesora: lo vuelves a repetir por favor

Estudiante: que la suma de las medidas de los lados más pequeños debe ser mayor que el otro lado (Puerta, 2017, p.14).

Segmento de transcripción sobre la búsqueda de hipótesis
Fuente: Elaboración propia

El fragmento anterior muestra como la docente a través del manejo de una pregunta propició que los estudiantes formularan hipótesis de una situación relacionada con las propiedades de los triángulos, las cuales fueron comprobadas o refutadas por los educandos a través de la mediación con el material didáctico.

4.1.2 Momentos de clase flexible.

La subcategoría momentos de la clase flexible hace referencia a la forma en que el docente realiza ajustes durante el desarrollo de la sesión (lo planeado vs lo ejecutado), igualmente las acciones requeridas en la ejecución de la unidad y no previstas en su diseño inicial; pero que están en el marco del objetivo de la unidad (trabajo individual, trabajo en equipo, socialización de resultados, entre otras) y de las situaciones didácticas. Es decir, y de acuerdo con Sadovsky (2005) es “una interacción entre un sujeto y un medio, a propósito de un conocimiento” (p.4).

En la Tabla 4 se observa que la docente a través de una clase abierta y participativa, planeó y construyó paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza, 1B-5, además que acompañó a los estudiantes en los procesos que realizaron para la construcción del nuevo conocimiento, 1B-6, ítems presentados con unas coocurrencias del 30 y 20% respectivamente, la tabla permite inferir de igual forma que por medio de la exploración colaborativa la profesora flexibilizó las estrategias de acuerdo con las necesidades de los educandos, IB-4, en un 30% y que los métodos evaluativos estuvieron acordes al desarrollo de las temáticas, hecho representado con un 10%. Se infiere también usando los datos de la Tabla 4, que la maestra, si bien generó espacios colaborativos de aprendizaje, no diseñó de manera clara el modelo de evaluación en la unidad didáctica, dado que los resultados de coocurrencia entre éste ítem con los ítems 1B-5 y 1B-6 fueron nulos.

Tabla 4. Momentos de la clase flexible

Actividad medular			
	1B-4 El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	1B-5 El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B-6 El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.
Indagación práctica			
EX-Exploración colaborativa	30%	5%	7%
HD-Clase abierta y participativa	6%	30%	20%
RE-Evaluación	10%	0%	0%

Fuente: Elaboración propia

Los resultados de la Tabla 4 muestran como durante el desarrollo de la unidad didáctica la docente generó la participación de los estudiantes a través de preguntas guiadas, propiciando un ambiente de clase abierta y participativa hecho que se ilustra en el siguiente fragmento de la unidad didáctica:

Después de leer la situación problema, la docente realizará las siguientes preguntas para comprobar que los estudiantes entendieron el planteamiento.

¿Comprenden lo que se plantea en la situación problema?

¿Pueden replantear el problema con sus propias palabras?

¿Distinguen cuáles son los requisitos que se deben tener en cuenta para resolver el problema?

¿Hay suficiente información?

¿Hay información extraña?

¿Este problema es similar a algún otro problema que hayas resuelto antes?

Segmento de la unidad didáctica

Fuente: Elaboración propia

Este tipo de preguntas planteadas por la docente permitió generar en el aula de clase discusiones que ayudaron a solucionar el problema planteado, a través de esta mediación se fortalecieron los procesos de construcción de nuevos conocimientos como lo indica el siguiente fragmento:

P: ¿quién puede decir lo que hay que hacer?

E1: Hay que hacer la estructura entre 50 y 70 centímetros de largo

P: ¿Quién le colabora?

E2: Debe hacerse con una figura geométrica que brinde mayor estabilidad

E3: Debe hacerse con papel periódico y pegamento (Puerta, 2017, p.10)

Transcripción de la implementación de la U.D.

Fuente: Producción propia

Como se puede observar en el ejemplo anterior al planear preguntas hacia la comprensión del problema planteado, los estudiantes asimilaron el propósito del mismo, además este tipo de estrategias permitieron que aquellos educandos que no entendieron la dificultad inicialmente, lo pudieran hacer a través de sus pares académicos, dado que “la interacción con otros a menudo significa que los individuos llegan a un entendimiento compartido de ideas que podrían no haber alcanzado por sí solos” (Figuerola, 2013, p.15).

Por otro lado, la metodología de la indagación le permitió a la docente desarrollar su práctica a través de un proceso sucesivo y acumulativo, ya que como lo plantea Brousseau (2007) “cuando un profesor prepara su clase, organiza un medio –que incluye las reglas que definen el éxito y el fracaso” (p.54), dicha planeación se puede observar en el siguiente fragmento de la unidad didáctica.

Cuando estén conformados los grupos de trabajo la docente pasara recogiendo el nombre de los integrantes, para consignarlo en sus apuntes y entregará (a cada grupo) los siguientes

materiales: palos de helado, cinta adhesiva, tijeras y la siguiente instrucción:

Construir cuatro polígonos regulares con los materiales y luego a cada polígono se le debe aplicar una fuerza de compresión sobre uno cualquiera de los vértices.

Al finalizar la experiencia, un vocero de cada grupo pasará al frente para exponer las conclusiones obtenidas y entre todos elegir el polígono que ofrece más estabilidad.

Con esta actividad la docente pretende demostrar la propiedad de rigidez de los triángulos y para institucionalizar el concepto se procede a realizar la siguiente lectura, presentada en diapositivas, las cuales serán leídas por los estudiantes.

Fragmento de la unidad didáctica

Fuente. Unidad didáctica

El fragmento anterior muestra la planeación de sesión de clase realizada por la docente para cumplir con el primer requisito del concurso el cual consistía en escoger el polígono que brindara mayor estabilidad, en dicho segmento se identifican las cuatro situaciones didácticas de Brousseau (2007), la situación de acción: elegir el polígono que brinde mayor estabilidad, la comunicación: el debate en el equipo de trabajo en búsqueda de la solución al problema planteado, validación: la exposición y debate de conclusiones obtenidas e institucionalización: lectura acerca de la importancia de los triángulos; mostrando así que la maestra impartió la enseñanza de los triángulos desde una clase estructurada y participativa.

Dicho proceso no se contempló en la visión retrospectiva, dado que la docente se limitó a informar sobre los contenidos que deseaba trabajar en la clase como lo indica la siguiente expresión recogida de la video clase: “Buenos chicos, en el día de hoy vamos a ver las operaciones con números complejos” (Puerta, 2016, p.2), pero sin tener planeada una secuencia didáctica que ayudara a este fin.

También es importante destacar que la planeación de la clase realizada por la docente permitió la combinación de actividades individuales, en pequeño grupo y en gran grupo, como se muestra

en el siguiente ejemplo, que describe la forma en que socializaron las conclusiones los voceros de cada uno de los subgrupos de trabajo.

Nosotros escribimos que el cuadrado grande es lo mismo que los dos más pequeños. Un estudiante sale y plantea que al sumar el área de los cuadrados de cada uno de los catetos, da igual al área del cuadrado de la hipotenusa.

Si a nosotros nos pasó lo mismo los dos cuadrados pequeños nos caben en el cuadrado grande, otro grupo manifiesta que el cuadrado rojo más el amarillo es igual al cuadrado verde (Puerta, 2017, p.55).

Transcripción implementación de la Unidad Didáctica

Fuente: Producción propia

El hallazgo anterior permite observar como la docente en su práctica se apropió de la metodología de la indagación dado que a través de la exploración colaborativa propició el diálogo entre pares acerca de las ideas elaboradas en el proceso de solución del problema o a del modo que lo plantea Bustos (2011), por medio de “la acción dialógica entre los participantes” (p.96). Además, la realización de actividades en grupos heterogéneos, promovieron la ayuda mutua entre sus miembros, por lo que este tipo de exploración colaborativa permitió flexibilizar la estrategia de enseñanza de acuerdo con las necesidades de los estudiantes, ilustrado en la de la Imagen 4 que corresponde a un collage de fotos propias de estos momentos.



Ilustración 4. Clase abierta y participativa con ayuda de la exploración colaborativa de la U.D.
Fuente: Producción propia

Contrario a éstas características, se pudo observar en las transcripciones de las sesiones de clase de la visión retrospectiva que la profesora inició con la institucionalización de las temáticas: “Hoy trabajaremos los conceptos básicos de la estadística, la población y la muestra” (Puerta, 2016, p.12), e institucionalizó significaciones sin dar la oportunidad a los estudiantes de llegar al conocimiento por medios propios como lo ejemplifica la siguiente expresión: “si el signo de agrupación está precedido del signo más, lo de adentro no cambia, pero si está precedido del signo menos todo lo que hay dentro del signo de agrupación cambia de signo” (Puerta, 2016, p.8), lo que llevó al estudiante a no asumir responsabilidad en el proceso de aprendizaje dejándole el control de la misma al docente.

De igual manera, en la visión retrospectiva no se detectaron momentos donde la docente direccionara al estudiante a confirmar las soluciones propuestas, contrario con lo que sucedió al implementar la unidad didáctica en la cual la evaluación se centró en la confirmación y el

análisis de las explicaciones de los estudiantes, éstas fueron planteadas por la maestra a través de preguntas como: “y entonces ¿cuál sería la conclusión?” (Puerta, 2017, p.1), como lo afirman (Stobart, 2008. Citado por Harlen, 2013) con respecto a la evaluación: “involucra procesos de búsqueda e interpretación de evidencias por parte de los profesores para decidir dónde están los aprendices, hacia donde necesitan ir y de qué mejor forma pueden llegar” (p.18).

4.2 Competencia científica

El segundo objetivo que se propuso para esta investigación fue interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la *competencia científica* de la práctica de la docente, al implementar una unidad didáctica para la ilustración de los triángulos. Competencia científica que hace referencia al grado de conocimiento del docente con respecto a la metodología, la didáctica y el objeto de enseñanza (González-Weil et al., 2012).

Para esta investigación la *competencia científica* se define a través de dos subcategorías: la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y la enseñanza de las competencias disciplinares.

4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

Esta subcategoría hace referencia como lo plantea González-Weil et al., (2012) a

La forma como el docente y los estudiantes presentan, representan, elaboran y reelaboran las representaciones que tienen sobre el contenido desarrollado en la actividad de aprendizaje. Se caracteriza principalmente porque el docente no ofrece respuestas a las inquietudes de los estudiantes, sino que los invita mediante nuevas preguntas o situaciones análogas a resolverlas (p.18).

En la Tabla 5 se muestran los resultados de la codificación de la subcategoría en mención, la cual se identificó en el proceso con los ítems 2A-7, 2A-8, 2A-9, 2A-10, 2A-11, 2A-12, 2A-13, 2A-14, que al ser interpretados desde las fases de la indagación práctica EX-Explicación docente y RE-Confirmación, exponen la apropiación de la metodología de la indagación en la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes por parte de la maestra.

Tabla 5. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes

Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes								
	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14
Indagación práctica	El docente hace preguntas orientadoras y retadoras que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes	El lenguaje disciplinar utilizado o por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.
EX-Explicación docente	5%	8%	5%	1%	8%	3%	10%	12%

RE-Confirmación	23%	11%	13%	68%	6%	6%	3%	6%
-----------------	-----	-----	-----	-----	----	----	----	----

Fuente: Producción propia utilizando el programa Atlas.ti

De la Tabla 5 se infiere que los porcentajes más significativos se centraron en RE-Confirmación y análisis de las explicaciones, dado que la docente permitió a los estudiantes argumentar los procesos realizados para resolver los problemas planteados ,2A-10, situación representada con un 68% de coocurrencias. La tabla también muestra que a través de la RE-Confirmación la docente formuló preguntas orientadoras y retadoras relacionadas a las inquietudes de los estudiantes en el ítem 2A-7 con el 23%; además que planteó estrategias para desarrollar diferentes tipos de comunicación, 2A-9, con un 13%, también muestra que las respuestas ofrecidas por la docente fueron coherentes con las inquietudes de los estudiantes, 2A-8 con un 11%. Por otro lado la tabla 5 deja ver que a través de EX-explicación docente, la profesora generó estrategias discursivas que indagaron y modelaron el aprendizaje como lo muestra los resultados del ítem 2A-14 en un 12%.

Los datos obtenidos en la Tabla 5 mostraron que la docente hizo uso de preguntas orientadoras y retadoras como el propósito de lograr que los estudiantes conceptualizaran y construyan significados, un ejemplo de este tipo de cuestiones se dieron cuando les pidió que midieran cada uno de los lados de los triángulos completos que aparecen en la Imagen 5 para luego cuestionarlos acerca del nivel de apropiación del concepto de clasificación de triángulos.



Ilustración 5. Fotografía empleada para la formulación de preguntas orientadoras
Fuente: Unidad didáctica de la docente

Después del proceso de medición llevado a cabo por los estudiantes, la docente planteó preguntas como: “P: entonces si tienen la misma medida, ¿será que tienen las mismas características?” (Puerta, 2017, p.23), ya que con estas preguntas ella pudo guiarlos hacia los nuevos aprendizajes como se ve en la siguiente expresión de los estudiantes: “E: si profe si tienen la misma medida son el mismo nombre” (Puerta, 2017, P.23), lo cual facilitó la comunicación en el aula y favoreció procesos de confirmación de resultados, al respecto, González Weil et al.,(2012), manifiesta que “es función del docente formular preguntas de diferentes tipos, desde aquellas que demandan solo recordar, hasta preguntas desafiantes, que requieran de elaboración y creatividad” (p.92), situación que se puede observar en el siguiente segmento de transcripción.

<p>P: Muy bien, encontraron todos los ángulo que tuviera más de 90 y menos de 180</p> <p>E: si yo encontré uno con un ángulo obtuso y dos agudos</p> <p>E: Sí yo también</p>
--

P: ¿qué nombre le diste tú a este triángulo?

E: Obtusángulo

P: ¿Cómo? Suaza ¿Qué nombre le dio?

E: Obtusángulo porque tenía un ángulo obtuso, y profe encontré uno con todos los ángulos agudos

P: y que nombre le diste

E: Agusángulo

E: profe yo encontré uno con un ángulo de 90 grados y dos agudos

P: y que nombre le diste

E: rectángulo

P: encontraron otro diferente a estos que ya nombraron

E: no

P: y entonces eso que significa

E: que los triángulos pueden ser obtusángulos, rectángulos o agusángulos.

P: muy bien eso es correcto pero no se dice agusángulos sino acutángulos, es decir que los triángulos pueden ser

E: obtusángulos, rectángulos y acutángulos

P: muy bien pero eso es respecto a los ángulos (Puerta, 2017, p.41)

Transcripción implementación de la U.D.

Fuente: Producción propia

Los resultados de la Tabla 5 también indicaron que la docente a través de actividades planteadas en la unidad didáctica permitió la confirmación de resultados a través de la argumentación de los procesos llevados a cabo para resolver el problema, este hecho se puede observar en el siguiente ejemplo:

Segmento de la unidad didáctica	Transcripción
<div data-bbox="289 331 732 814" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="207 888 781 1339" data-label="Text"> <p>Explique la relación que hay entre el área de los cuadrados de los catetos y el área del cuadrado de la hipotenusa del triángulo rectángulo.</p> <p>Plantee una ecuación para explicar la relación entre los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa, luego mida los catetos del triángulo rectángulo y demuestre que la igualdad se cumple.</p> </div>	<p>Recortamos la figura por las líneas negras y con los dos cuadrados pequeños formamos el cuadrado grande.</p> <p>Nosotros escribimos que el cuadrado grande es lo mismo que los dos más pequeños. Un estudiante sale y plantea que al sumar el área de los cuadrados de cada uno de los catetos da igual al área del cuadrado de la hipotenusa.</p> <p>Si, a nosotros nos pasó lo mismo, los dos cuadrados pequeños nos caben en el cuadrado grande.</p> <p>Nosotros comparamos las figuras y nos dimos cuenta que al cambiarlas nos da la grande lo que significa que todas las figuras pueden dar un cuadro, el cuadro de la figura C</p> <p>Que con los lados del triángulo formamos una sola figura, el cuadro de la hipotenusa.</p> <p>La suma de los cuadrados pequeños nos dio el cuadrado de la hipotenusa</p>

Fragmento de la unidad didáctica y transcripción de su implementación

Fuente: Elaboración propia

El ejemplo anterior muestra la forma en que los estudiantes a través de la actividad planteada por la docente y mediante de la validación y confirmación de los resultados lograron definir el teorema de Pitágoras, dado que la metodología de la indagación permitió como lo plantea Gómez (2007) “construir significados a través de las actividades propuestas por el profesor” (p.9), ya

que con esta estrategia metodológica y como lo expone Brousseau (2007) “el alumno no solo tiene que comunicar una información sino que también tiene que afirmar que lo que dice es verdadero en un sistema determinado, sostener su opinión o representar una demostración” (p.23).

La siguiente ilustración muestra algunas de las conclusiones que validaron los estudiantes en la tercera sesión de clase, esta sesión tuvo como propósito la demostración del teorema de Pitágoras, estas construcciones conjuntas de significados fueron elaboradas por los estudiantes a través de la el dialogo que se planteó en el aula de clase.

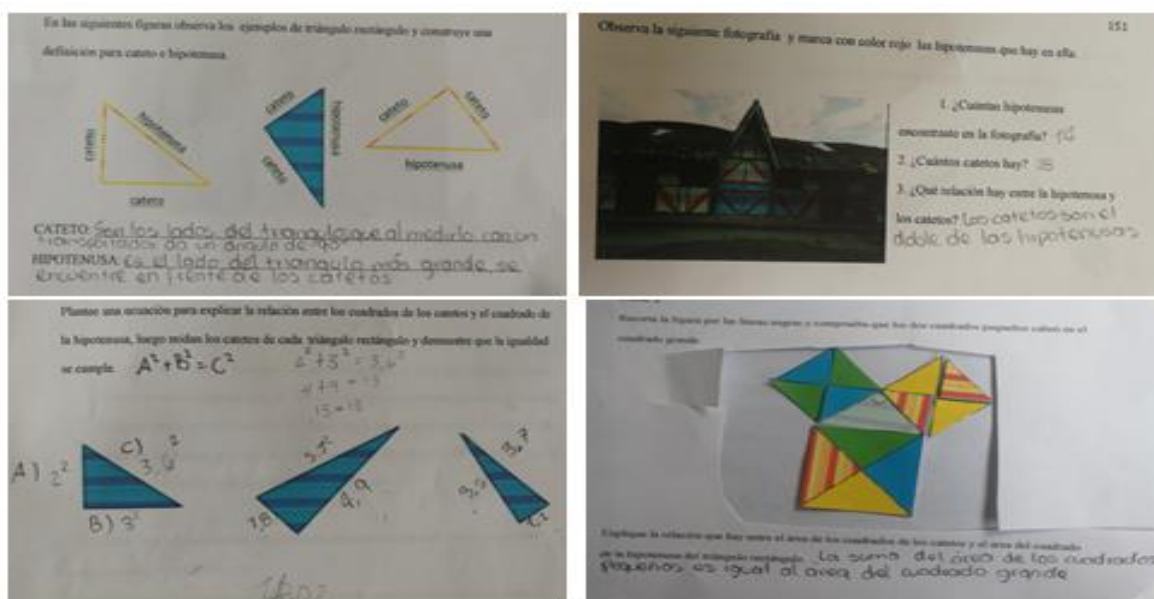
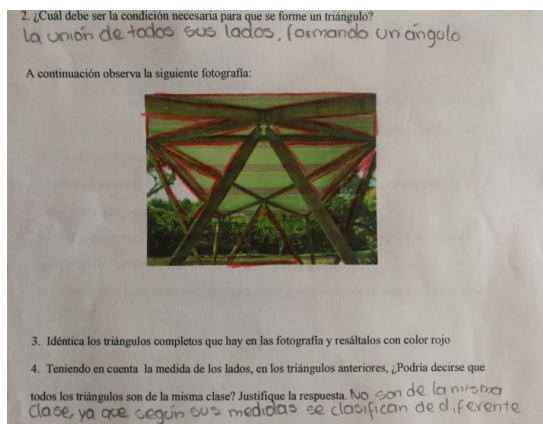



Ilustración 6. Construcción conjunta de significados
Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la ilustración anterior los estudiante identificaron la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, lo clasificaron reconociendo sus características, plantearon el teorema de Pitágoras desde el concepto de área y luego escribieron una expresión matemática para modelizarlo, además aplicaron dicho teoremas para determinar el valor de la hipotenusa

desde el algoritmo, este tipo de construcciones le permitieron a la docente determinar que los estudiantes conceptualizaros la temática.

Los resultados de la Tabla 5 también muestran que para confirmar resultados, la docente formuló preguntas durante la implementación de la unidad didáctica como ¿qué creen que hay que hacer ahí?, ¿por qué estos dos triángulos son parecidos, qué tienen en común?, ¿cómo sabes que todos los ángulos en este triángulo son agudos? (Puerta, 2017, p.31) o formuló actividades como la que se muestra en el siguiente fragmento de la unidad didáctica.

<p>Es momento del cierre, cada grupo debe contestar las siguientes preguntas</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo se sintieron con el proyecto? ¿Cuántos triángulos se realizaron en total? ¿Todos los triángulos fueron iguales? ¿Cómo se puede calcular la cantidad de pitillo necesario para la construcción? ¿Este puente se podría realizar con otro tipo de figuras geométricas? <p>¿Qué importancia tiene la elaboración de este tipo de proyectos?</p>	 <p>2. ¿Cuál debe ser la condición necesaria para que se forme un triángulo? la unión de todos sus lados, formando un ángulo</p> <p>A continuación observa la siguiente fotografía:</p>  <p>3. Identifica los triángulos completos que hay en la fotografía y resáltalos con color rojo</p> <p>4. Teniendo en cuenta la medida de los lados, en los triángulos anteriores, ¿Podría decirse que todos los triángulos son de la misma clase? Justifique la respuesta. No son de la misma clase, ya que según sus medidas se clasifican de diferente</p>
---	---

Preguntas para la solución en grupo

Fuente: Producción propia

Preguntas y actividades planteadas con el propósito de socializar resultados, promover el interés, la atención y la participación, reconociendo así la importancia de la pregunta como elemento de reflexión para involucrar al estudiante en el proceso de aprendizaje, siendo el acto de aprender un acto indelegable, dado que solo aprende el sujeto que se involucra en el proceso.

Sin embargo es importante tener en cuenta que antes del diseño de la unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau, la

docente empleaba la interrogación como elemento relevante en el desarrollo de su práctica, tal como se pudo observar en la visión retrospectiva, donde la categoría “la pregunta” ofreció el mayor porcentaje de recurrencia, pero éstas eran de respuesta inmediata, cerradas, cuya solución requería de una fórmula, o de una repetición literal de conceptos, lo que se ejemplifica en expresiones como ¿qué me pueden decir de los números imaginarios?, ¿de dónde salen los números imaginarios?. Preguntas de respuestas literales que buscaban solamente la confirmación de lo expuesto por la profesora y que no lograban generar espacios para la retroalimentación participativa; situación corroborada por Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández (2003) cuando manifiestan que:

...las preguntas que se formulan de forma general al grupo de estudiantes por lo general no incluyen información acerca del contexto de la tarea y que el intercambio oral con los estudiantes, coordinado por el docente, no proporcionan una oportunidad de argumentación en el grupo, limitando el desarrollo de competencia científica en los educandos (p.35).

Estas dos posiciones de la misma docente en diferentes tiempos, mostraron como “una estrategia fundamentada en la indagación, tiende a desarrollar en los estudiantes cualidades que les permita, sin ser científicos, adquirir competencias de búsqueda incansable de respuestas, para comprender el mundo” (Amador, Rojas y Sánchez, 2015, p.32), permitiéndole a la maestra abandonar el papel protagónico que tuvo en la visión retrospectiva con el fin convertirse en una facilitadora y reguladora del aprendizaje, expuesto por (Amador et al., 2015) es claro que resulta una mejora educativa sustancial que el maestro abandone perspectivas centradas en él mismo (en sus explicaciones, su discurso) para adoptar una postura de enseñanza centrada en los alumnos (sus ideas, su forma de expresarlas) (p.32).

Por otro lado, los resultados obtenidos en la Tabla 5 indican con un 12%, que a través de EX-

Explicación docente, la profesora manejo estrategias discursivas que indagaron, argumentaron, dialogaron y modelizaron el aprendizaje, 2A-14, dado que al implementar la metodología de la indagación en el aula de clase, la maestra investigadora orientó la definición de los contenidos por medio de un diálogo permanente con los estudiantes, ya que en la planeación de clase se plantearon estrategias discursivas para que los estudiantes conceptualizaran a partir de los procesos realizados el concepto de cateto e hipotenusa. El siguiente segmento de la unidad didáctica ilustra lo anteriormente expuesto.

Obseva la siguiente fotografía y marca con color rojo las hipotenusas que hay en ella.



¿Cuántas hipotenusas encontraste en la fotografía?
¿Cuántos catetos hay?
¿Qué relación hay entre la hipotenusa y los catetos?

Diseño de estrategia discursiva para conceptualizar el concepto de cateto e hipotenusa
Fuente: Producción propia

Actividades como la anterior permitieron que durante su implementación, la docente lograra formular preguntas para indagar como “P: entonces si habían 9 hipotenusas ¿cuántos catetos habían?” (Puerta, 2017, p.54), argumentar “E1: porque si en un triángulo hay una hipotenusa

entonces hay dos catetos y como había 9 hipotenusas eso lo multiplicamos por 2 y nos da 18 catetos” (Puerta, 2017, p.54), y modelizar el aprendizaje con “E2: si profesora, las hipotenusas y los catetos son de los triángulos rectángulos y por cada hipotenusa hay dos catetos” (Puerta, 2017, p.54)

Por lo anterior, una práctica centrada en la indagación como lo plantean González-Weil et al., (2012) “debe exponer al alumno a problemas que demanden diferentes capacidades científicas” (p.99), ya que como lo corrobora Harlen (2013) “un alumno que aprende a través de la indagación discute lo que encuentra en relación con sus expectativas o sus predicciones” (p.17).

Cabe resaltar que en la visión retrospectiva de la docente tampoco se plantearon estrategias discursivas que ayudaran a modelizar el aprendizaje y la enseñanza se limitó a la transmisión de temáticas en forma expositiva.

4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares.

Esta subcategoría hace referencia a:

...la capacidad del docente de plantear estrategias que le permitan conceptualizar los procesos realizados en el aula, la capacidad de generar planes de acción acordes a las necesidades de los estudiantes y de promover la participación y la socialización de los resultados fortaleciendo procesos de pensamiento crítico (González-Weil et al., 2012, p.18).

La siguiente tabla expone los datos correspondientes a la codificación de la práctica docente para esta subcategoría, los cuales se representaron con los ítems 2B-15, 2B-16, 2B-17, 2B-18, 2B-19, 2B-20, que al ser analizados desde INT-construcción conjunta y la INT- sistematización, revelan como la profesora se apropió de la metodología de la indagación en su práctica de aula.

Tabla 6. Enseñanza de las competencias disciplinares

Enseñanza de las competencias disciplinares						
	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20
Indagación práctica	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	El docente maneja correctamente las situaciones didácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	Las actividades realizadas por el docente acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de los resultados.
INT-Construcción conjunta	5%	29%	36%	0%	0%	10%
INT-Sistematización	3%	5%	2%	5%	8%	4%

Fuente: Producción propia

Los porcentajes más representativos de la tabla 6, muestran que la apropiación de la metodología de la indagación por parte de la docente, corresponden a los ítems 2B-16 y al 2B-17 con el 29 y 36% respectivamente al ocurrir simultáneamente con la fase INT-construcción conjunta de la indagación práctica, los datos de la tabla indican la forma en que la maestra a través de la construcción conjunta de los significados manejó las situaciones didácticas que se

presentan durante el desarrollo de las clase y al plan de acción planteado con el fin de resolver el problema propuesto para la enseñanza de los triángulos.

Dicha construcción de significados se observó en el desarrollo de la unidad didáctica cuando la práctica de la docente se vio favorecida por la metodología de la indagación, ya que para la enseñanza de los triángulos, ella diseñó actividades que permitieron poner en marcha un plan de acción para construir el puente como lo muestra el siguiente ejemplo.


Para el desarrollo de esta fase la docente pasara entregando a cada uno de los grupos, un paquete que contiene el material necesario para elaborar la actividad.

Teniendo en cuenta que la estructura es triangulada (ya que este polígono es el que ofrece mayor estabilidad), lo primero que hay que definir es el tamaño de los triángulos que se necesitan para el ancho, largo y la altura del puente.

Plan de acción para el diseño del puente

Fuente. Producción propia

El hallazgo anterior ilustra como los dos ítems de mayor apropiación en esta subcategoría pretendieron poner en marcha el plan de acción para la construcción del puente ya que para ello los estudiantes se tenían que poner de acuerdo sobre las dimensiones del ancho, largo y alto del puente, también sobre las medidas de los triángulos y la clase de triángulos que iban a utilizar, al igual que determinar la cantidad de triángulos que se necesitaban para armar la estructura, actividades que fortalecieron la construcción conjunta de significados y que le permitieron a la docente formular preguntas que llevaron a la socialización de los resultados como “P: ¿qué creen ustedes que paso?” (Puerta, 2017, p.13), dándoles la oportunidad a los estudiantes de validar y conceptualizar partiendo de los procesos realizados, debido a que como lo plantea (Bustos, 2011, p.90) “un sujeto construye con otros y gracias a otros”; este tipo de construcción conjunta se puede observar en el siguiente fragmento de transcripción e imagen.

	<p>E: de alto tiene 20 centímetros, y de ancho tiene 25, de largo 50, la triangulación la mayoría son triángulos rectángulos que van aquí en la base, también isósceles, pues profe nosotros nos usamos alrededor de 30 pitillos.</p> <p>P: cree que pasa la prueba de resistencia.</p> <p>E: no.</p> <p>P: porque no cree que pasa la prueba de resistencia.</p> <p>E: porque no tiene buenos soportes, le faltan soportes, muy blandengue.</p> <p>P: y entonces ¿Qué creen que deberían haber hecho para que hubiera pasado la prueba?</p> <p>E: más triángulos.</p> <p>E: más triangulación y tener más soportes en las partes que son más débiles.</p> <p>(Puerta, 2017, p.71)</p>
--	--

Transcripción de la implementación de la U.D. sobre construcción conjunta de significados
Fuente: Producción propia

El fragmento anterior muestra que a través de la socialización de los proyectos elaborados, los estudiantes encontraron fallas en el diseño del puente, hecho que no habían tenido en cuenta hasta que no observaron los trabajos realizados por otros compañeros, situación que ejemplifica como una práctica docente que emplea la metodología de la indagación favorece el aprendizaje, “parte relevante del aprendizaje matemático de los escolares se lleva a cabo en el aula, cuando ellos negocian y construyen significados con motivo de las actividades propuestas por el

profesor” (Gómez, 2007, p.23), pero cabe señalar que este tipo de diálogo no se presentó en la visión retrospectiva de la docente, en dichas sesiones de clase la enseñanza se realizó a través de monólogos como el que se muestra a continuación.

Bueno entonces ya sabemos que los imaginarios salen de la solución de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ igual a cero, porque al despejar a c esto va a pasar al otro lado como un número negativo y al sacar la raíz cuadrada en ambos lados pues nos va a quedar una raíz negativa (se muestra el ejemplo en el tablero) sacando como conclusión que la raíz cuadrada de menos c pertenece al conjunto de los números imaginarios. (Puerta, 2016, p.4)

Transcripción visión retrospectiva de la docente
Fuente: Producción propia

Como se puede observar en el fragmento anterior en la visión retrospectiva, la docente no diseñó para la enseñanza de la temática actividades que le permitiera desarrollar un diálogo con sus estudiantes que facilitara la construcción conjunta de significados, además que el lenguaje utilizado carecía de rigor matemático dado que ella se limitó a recitar un concepto matemático para que luego fuera repetido de manera algorítmica por ellos.

Cabe señalar que a pesar que la docente diseñó una unidad didáctica acorde a las demandas de sus estudiantes tal como se muestra en el ítem 2B-18, no se identifican en la Tabla 6 registros de coocurrencias entre éste ítem y las citas identificadas como INT-construcción conjunta de la fase de la indagación asociadas a la enseñanza de las competencias disciplinares, ya que en el proceso de codificación este ítem fue tenido en cuenta en la categoría actividad medular.

4.3 Categoría interactividad

El tercer objetivo que se formuló en esta investigación fue el de interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en *la interactividad* docente- estudiante, a través de una unidad didáctica, para la enseñanza de los triángulos, dicha interactividad es definida por Coll, Colomina, Onrubia, Rochera, (1992), como “la articulación de las actuaciones del profesor y los estudiantes en torno a una tarea o contenido de aprendizaje determinado” (p.204), en la presente investigación se tuvo en cuenta los registros de la interactividad docente-estudiante, ya que a través de esta interacción se pretendió determinar de qué manera la docente le dio autonomía al estudiante y lo comprometió en su proceso de aprendizaje.

El análisis de esta categoría se llevó a cabo desde las subcategorías: la negociación y construcción con los estudiantes, y el andamiaje a partir de las necesidades de los estudiantes.

La interactividad fue analizada desde las subcategorías de la metodología de la indagación práctica: HD-Involucrar y EX-Construcción de significados.

4.3.1 Proceso activo sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.

Esta subcategoría está caracterizada por:

...una relación simétrica en lo normativo entre el docente y los alumnos, diversos ciclos de interacción lo que se ve posibilitado por la actitud de los estudiantes en relación al compromiso que presentan ante el aprendizaje y por el traspaso de autonomía desde el docente hacia el alumno (González-Weil et al., 2012, p.89).

Características que se identificaron en el proceso de codificación desde el trabajo colaborativo a través de las actividades propuestas en el aula, 3A-21, las estrategias que utilizó la docente para

el aprendizaje autónomo, 3A-22 y que posibilitaron la construcción compartida de significados, 3A-23.

Tabla 7. Proceso activo sistemático de negociación y construcción con los estudiantes

Proceso activo sistemático de negociación y construcción con los estudiantes			
	3A-21	3A-22	3A-23
Indagación práctica	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.
HD-Involucrar	46%	34%	8%

Fuente: Producción propia utilizando el programa Atlas.ti

La Tabla 7 muestra que durante la implementación de la unidad didáctica la docente en, HD-Involucrar, comprometió a los estudiantes en la solución de los problemas a través de actividades que favorecieron el trabajo colaborativo, 3A-21, con un 46% a través de la utilización de estrategias que posibilitaron el aprendizaje autónomo, 3A-22, en un 34%.

La negociación y construcción con los estudiantes inició cuando la docente en la unidad didáctica planteó actividades para favorecer el trabajo colaborativo como se indica a continuación.

Luego de plantear la situación general, la docente les contará a sus estudiantes que es necesario iniciar con el requisito (I). El cual dice que toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinde más estabilidad.

Para dar respuesta a este requisito iniciaremos con la conformación de los grupos de trabajo de la siguiente forma.

La figura anterior se reproducirá 4 veces, lo que permitirá obtener 40 triángulos, cada triángulo esta repetido cuatro veces y así se establecerán 10 grupos de trabajo, cada uno integrado por 4 estudiantes.

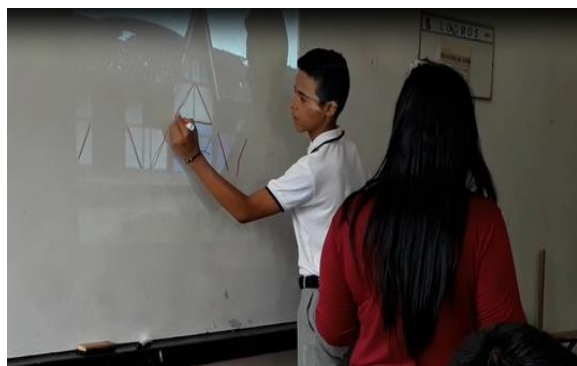
Esta actividad, permitirá fortalecer las habilidades de comparación, relación e identificación.

Nota: los grupos conformados en esta sesión deben conservarse durante todo el desarrollo de la unidad didáctica.

Actividad para la distribución de grupos de trabajo para el desarrollo de la U.D.

Fuente: Producción propia

Esta estrategia descrita en el fragmento anterior y planteada por la docente, tuvo como objetivo la conformación de grupos heterogéneos que ayudaron a fortalecer la participación, y la construcción compartida del conocimiento durante el desarrollo de la unidad didáctica, a través de este tipo de estrategias la docente propició interactividad en el aula, que le posibilitaron al estudiante asumir un rol activo en el proceso de aprendizaje, hecho que favoreció la práctica docente, como se ilustra a continuación.



Sale otro estudiante para marcar una de las hipotenusas que hay en la fotografía y así sucesivamente van saliendo los estudiantes al tablero.

P: Todos están de acuerdo en que todas las que marcaron los compañeros son hipotenusas.

E: sí..., no....

P: no, Juliana ¿Por qué dices que no?

E: profe porque lo que estaba marcando Suaza son dos lados del triángulo y la hipotenusa solo es un lado del triángulo.

P: Y entonces ¿cuál sería la otra hipotenusa o es que no hay más hipotenusas?

E: sí profe aquí hay una.

P: Ahora sí ¿todas son hipotenusas?

E: No profesora.

P: y ¿Por qué no todas son hipotenusas?

	<p>E: Esta no es hipotenusa, porque éste es un triángulo equilátero y la hipotenusa sólo se encuentra en los triángulos rectángulos.</p> <p>(Puerta, 2017, p.53)</p>
--	--

Transcripción implementación de la U.D.

Fuente: Producción propia

Como se pudo observar en el ejemplo anterior, la actividad conjunta desplegada por la profesora y los alumnos, llevó a un diálogo que permitió darle significado a los contenidos trabajados convirtiéndola en una facilitadora para la adquisición de nuevos conocimientos, Harlen (2013) plantea que “la interacción con otros a menudo significa que los individuos llegan a un entendimiento compartido de ideas que podrían no haber alcanzado por si solos” (p.15), pero para llegar a estos resultados la docente tuvo que plantear una serie de preguntas orientadoras y retadoras tales como: “¿dónde se debe hacer la fuerza? (Puerta, 2017, p.6) o “bueno y ¿quién me quiere contar como llegaron a esas conclusiones?” (Puerta, 2017, p.6), interrogantes que le posibilitaron a los estudiantes expresar sus ideas y procedimientos acerca de los procesos realizados para solucionar cada uno de los problemas planteados en las diferentes sesiones en la implementación de la unidad didáctica.

Además se debe tener en cuenta que la docente durante la planeación de la unidad didáctica les dio a los estudiantes elementos para que fortalecieran el aprendizaje autónomo, tal como se observa en el siguiente fragmento.

Un proyecto de ingeniería, es un conjunto de antecedentes y procedimientos que van desde la toma de una necesidad, hasta la obtención de una de una solución apropiada, que da origen a la creación de un sistema físico para solucionar el problema planteado.

La planeación es la primera tapa en un proyecto de ingeniería, por lo tanto se hace necesario que el equipo de trabajo se ponga de acuerdo en el diseño de puente que desean ejecutar, las

medidas del mismo y la cantidad de material necesario.

NOTA: Recordemos que para el diseño cada integrante debía traer fotografías de estructuras de puentes, las cuales servirán como ejemplos para la construcción.

Ejemplo de aprendizaje autónomo

Fuente. Producción propia

El ejemplo anterior muestra como la docente contextualizó la enseñanza de los triángulos hacia la elaboración de un proyecto de ingeniería, logrando involucrar elementos motivacionales y creativos. Además, este tipo de actividades planeadas por la docente cumplieron con un propósito definido el cual consistió en permitir libremente al alumno la selección del tipo de puente a construir de acuerdo a los criterios establecidos en el planteamiento inicial de la unidad didáctica.

Contrario a lo anterior la visión retrospectiva no mostró esta interactividad, dado que la docente se limitó a dar explicaciones de las temáticas a través de la exposición en el tablero y ejemplificando los procedimientos en expresiones como “miren acá por favor que esta parte es importantísima (al tablero) $12 + 24i - 8i + 16$, cuando usted multiplique y se dé cuenta que le queda un i^2 , i^2 es un número real” (Puerta, 2016, p.12), por lo tanto la negociación y construcción compartida con los estudiantes solo se limitó a un diálogo expositivo y la interactividad docente-estudiante no fue evidente, ya que escribir en el tablero es una acción preponderante del profesor, pero es una acción que solo se limita al uso de símbolos matemáticos o de representaciones gráficas, causando una forma dominante de instrucción como lo afirman (Gregg, 1995. Citado por Andrade et al., 2003, p.21) conocida como “instrucción centrada en el profesor”, dificultando que en el aula se desarrollen procesos dialógicos entre los participantes.

4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

Esta subcategoría se relaciona con la forma en la que el docente ofrece ayuda y acompañamiento en el proceso de aprendizaje, de acuerdo con las capacidades y necesidades de los alumnos (González-Weil et al., 2012)

En la Tabla 8 se encuentran los resultados en relación con el andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes:

Tabla 8. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes				
	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
Indagación práctica	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje	El docente ofrece ayuda ajustada al estudiante para la construcción del nuevo conocimiento	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	El docente facilita y regula el aprendizaje.
EX-Construcción de significados	24%	6%	1%	7%

Fuente: producción propia utilizando el programa Atlas ti

La Tabla 8 muestra que durante la implementación de la unidad didáctica la docente aprovechó los saberes previos de los estudiantes para integrarlos a los nuevos conocimientos, 3B-24, en un 24% desde la característica EX –Construcción de significados de la metodología de la indagación, como se muestra a través del siguiente hallazgo.

P: ¿Qué es el obtuso?

E: El obtuso es el que mide más de 90 y menos de 180.

P: ¿Cuál sería ese? De estos que hay acá ¿cuál sería ese? ¿Cuál sería el obtuso?

El estudiante señala con el dedo el ángulo obtuso que hay en el triángulo (puerta 2017, p.40)

Transcripción sobre manejo de conceptos

Fuente: Producción propia

En el hallazgo anterior se puede observar como la docente orientó el concepto previo que tenían los estudiantes acerca de la clasificación de los ángulos para articularlo a la clasificación de los triángulos, según sus ángulos internos, el cual era uno de los objetivos de la clase, mediación de la docente que se hizo a través de preguntas orientadoras, que a su vez favorecieron el aporte de ideas y la corroboración de resultados, estrategia discursiva que fue apoyadas por actividades planteadas en la unidad didáctica como la que se indica a continuación.

6. Mida la amplitud de cada uno de los ángulos interiores de los siguientes triángulos.
7. Teniendo en cuenta el concepto de clasificación de ángulos según su amplitud, realiza una descripción de cada uno de los triángulos anteriores.
8. Teniendo en cuenta la clasificación de los ángulos según su amplitud, ¿cuántas posibles combinaciones de ángulos pueden existir en un triángulo?
9. ¿Qué se puede decir de la relación que existe, entre los ángulos y el lado que se encuentra frente a él?

Integración de saberes previos al nuevo aprendizaje

Fuente. Unidad didáctica. Producción propia

Sin embargo, la gran cantidad de actividades que fueron planteadas en la unidad didáctica tal como sucede en el ejemplo anterior y el gran número de estudiantes en el aula de clase, le dificultó a la docente, ofrecer ayuda ajustada a los estudiantes para la construcción de nuevos conocimientos, 3B-25 y la EX-Construcción de significados no se vio favorecida ya que esta coocurrencia se presentó con un 6%, pero cuando se presentaron, la docente guió las respuestas

de los estudiantes hacia alternativas de solución a los problemas planteados, logrando convertirlos en partícipes de manera ordenada y activa en la construcción del conocimiento, tal como se muestra en la expresión dada por ella cuando afirma: “P: bueno y ¿quién me quiere contar como llegaron a esas conclusiones?” (Puerta, 2017, p.52). Al respecto Bustos (2011) manifiesta que las actividades centradas en la construcción conjunta de significados permiten la elaboración de explicaciones apropiadas del problema planteado y fomentan la participación para la integración y sistematización progresiva de las ideas aportadas.

Es de anotar igualmente que este tipo de estrategias le permitió a la docente ofrecer ayuda ajustada en el proceso de aprendizaje por medio de la retroalimentación directa, ya que al aplicar la metodología de la indagación en el aula de clase, el docente, debe formular preguntas que estimulen la curiosidad de los estudiantes, es decir, preguntas de verdadero interés para ellos, un ejemplo de respuesta a este tipo de preguntas se encuentra en la expresión dada por uno de los estudiantes: “pues profe nosotros miramos los lados de las figuras y vimos que la hipotenusa era el lado más grande y solo era una y los lados pequeños se llaman catetos “ (Puerta, 2017, p.52).

Las características mencionadas anteriormente no fueron encontradas en la visión retrospectiva dado que el enfoque magistral de la clase no permitió la construcción conjunta de significados, en ella, el proceso de enseñanza estuvo limitado a las instrucciones para desarrollar procesos algorítmicos como se puede observar en el siguiente fragmento “los de arriba con los de arriba y los de abajo con los de abajo, me quedó arriba $(3 + 4i)$ y abajo $(2 - 3i)$ y multiplicamos a través de la propiedad distributiva”(Puerta, 2016, p.11).

Por otro lado, en la Tabla 8, el ítem 3B-26, el docente da instrucciones claras a los estudiantes sobre los procesos llevados a cabo, al ser interpretado desde EX-Construcción de significados,

presentó un bajo nivel de porcentaje manifestado en un 1%, situación que se explica dado que en el diseño de la unidad didáctica este proceso solo se planteó al inicio de cada sesión de clase.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Teniendo en cuenta los objetivos propuestos para esta investigación y los resultados obtenidos, se concluye lo siguiente:

Las características de la metodología de la indagación más relevantes que fueron apropiadas en la práctica docente de la autora fueron: planeación de clase a partir de situaciones problemas contextualizados para los estudiantes, formulación de preguntas para involucrarlos de manera activa en su proceso de aprendizaje, promoción de actividades que favorecieron diferentes interacciones en el aula de clase, la incorporación en el desarrollo de los procesos de aula de variados recursos como mediadores cognitivos para acercar a los estudiantes a la construcción del conocimiento, como fue la caracterización de los triángulos según sus lados y sus ángulos, y la demostración del teorema de Pitágoras en forma gráfica; características que fueron evidenciadas en los hallazgos mostrados en el capítulo 4, análisis de los datos.

La apropiación de la metodología de la indagación que hizo la docente al observar su propia práctica desde la secuencia didáctica, la cual hace referencia a la forma en que se plantea la situación problema, a la manera en que se generan inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, al acompañamiento del docente en la construcción del conocimiento; se pudo observar cuando incorporó en su práctica el desarrollo de la clase a partir de situaciones problema como fue la construcción del puente, situación problema que le permitió a los estudiantes formular hipótesis, plantear preguntas y proponer diferentes estrategias para su construcción lo que llevó al desarrollo de la clase de una manera interactiva, socializando y validando, lo que llevó a que concluyeran que el triángulo era la estructura más fuerte, rígida. A

partir de estas socializaciones la profesora institucionalizó el concepto de triángulo. La socialización y validación de los trabajos de los estudiantes promovieron la participación, el trabajo colaborativo y la argumentación. Lo que no se observó en su visión retrospectiva, puesto que la institucionalización se resumía a transcribir los conceptos en el tablero sin importar la intervención de los alumnos.

Asimismo, la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, caracterizada desde la competencia científica, se pudo concluir que la docente se apropió del conocimiento matemático y disciplinar de los triángulos, lo que le permitió desde la planeación de la unidad didáctica diseñar actividades que llevaron a la construcción conjunta de significados a partir explicaciones apropiadas, facilitando la enseñanza como se puede observar en algunos de los segmentos de transcripción expuestos en el capítulo 4, donde los estudiantes confirmaron la propiedad de indeformabilidad de esta figura, clasificaron los triángulos según sus lados y sus ángulos y demostraron el teorema de Pitágoras en forma gráfica; lo que permitió concluir que su enseñanza favoreció la construcción de conocimientos, capacidades y actitudes, brindando a los estudiantes la oportunidad de sustentar y argumentar sus intervenciones, en el proceso llevado a cabo para resolver el problema presentado en la situación de acción, como se pudo observar tanto en los vídeos como en las transcripciones durante la implementación de la unidad didáctica, también se pudo evidenciar que uno de los elementos innovadores de su práctica fue el uso de la pregunta no fácticas como elemento articulador para indagar, llevando al estudiante a reflexionar sobre lo que hacía y decía en beneficio de la solución del problema propuesto, lo que fue posible por su apropiación al encontrar que el 68% de sus intervenciones estuvieron asociadas con la fase de resolución de la indagación práctica, específicamente con la subfase de confirmación.

Otra característica que mostró la docente como apropiación de la metodología de la indagación, fue la recurrencia del 34% de sus intervenciones como forjadora de estrategias que posibilitaron el aprendizaje autónomo por parte del estudiante, como una forma de involucrar al estudiante de una manera consciente en su acto indelegable de aprender, por cuanto es así como se desarrolla el pensamiento matemático, llevando al estudiante a pensar, razonar y argumentar sus intervenciones. Ya que quien logra argumentar lo hace desde el conocimiento, la teoría y la explicación de la misma, para “convencer al otro” con razones fundamentadas teóricamente; permitiendo así, comprender el problema y generar estrategias para la resolución del mismo.

De igual manera, la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente analizada desde la categoría interactividad, entendida como un proceso activo de negociación, de construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático del docente y del andamiaje brindado; se pudo observar a lo largo de los hallazgos mostrados en el análisis, en los diálogos entre algunos estudiantes y la docente, que ésta tuvo en cuenta sus intervenciones, y utilizando la pregunta y la contra-pregunta (Harlen, 2013), realizó acciones dirigidas a la construcción del nuevo conocimiento, el cual emergió de manera más concreta en la cuarta sesión de clase, cuando cada grupo de trabajo realizó la exposición del modelo de puente que creían más conveniente para unir los dos bloques de la institución, allí a través del discurso argumentado de los estudiantes, se pudo mostrar la apropiación conceptual de quienes intervenían.

La interactividad como otra categoría que permitió analizar la apropiación de la metodología de la indagación, arrojó en este estudio que el 24% de las intervenciones de la docente estuvieron direccionadas a identificar los saberes previos del estudiante y a generar estrategias para que los usara en beneficio del nuevo aprendizaje, de allí que brindó andamiaje según sus requerimientos

y razón de ello es que estuvo acompañando el trabajo de cada uno de los grupos; una vez que la metodología con la cual se planeó la unidad didáctica, tiene un enfoque socioconstructivista y está basada en la metodología de la indagación con actividades en marco de las situaciones didácticas de Brousseau. En este tipo de acciones por parte de la docente, se pudo observar apropiación de la metodología de la indagación, la cual es corroborada por las intervenciones de los estudiantes atendiendo a las indicaciones de la docente en las que motivó su participación para la búsqueda de la solución del problema, permitiendo que ellos asumieran un papel protagónico durante las tres sesiones, pero conservando su rol de guía y facilitadora del aprendizaje.

Por otro lado, durante la implementación de la unidad didáctica se observó un alto grado de aceptación de la metodología de la indagación por parte de los estudiantes, ya que durante el desarrollo de las sesiones de clase ellos se sintieron motivados a participar en la solución de un problema que formaba parte del contexto escolar y de tener la posibilidad de ser los ganadores del concurso planteado en la unidad didáctica, además la puesta a prueba de la resistencia de los modelos de puentes contruidos por ellos mismo, generaron comentarios como “profe la clase de matemáticas hoy fue muy divertida”, “profe síganos enseñando así”, lo que permite ver que este tipo de estrategias despiertan mayor interés en el aprendizaje.

Las características ofrecidas por la metodología de la indagación en la práctica de la docente al implementar la unidad didáctica fueron compartidas con los compañeros del área de matemáticas, lo que llevó a fortalecer la comunidad de aprendizaje que a la fecha ha desarrollado varias unidades didácticas basadas en esta estrategia metodológica, como se evidenció en la visita que realizó el Ministerio de Educación Nacional a la institución.

Otras conclusiones (no derivadas de los objetivos)

Se observó un alto grado de aceptación de la metodología de la indagación por parte de los estudiantes, ya que durante el desarrollo de las sesiones de clase ellos se sintieron motivados a participar en la solución de un problema que formaba parte del contexto escolar y de tener la posibilidad de ser los ganadores del concurso planteado en la unidad didáctica, además la puesta a prueba de la resistencia de los modelos de puentes construidos por ellos mismo, generaron comentarios como “profe la clase de matemáticas hoy fue muy divertida”, “profe síganos enseñando así”, lo que permite ver que este tipo de estrategias despiertan mayor interés en el aprendizaje.

La bondades ofrecidas por la metodología de la indagación en la práctica de la docente al implementar la unidad didáctica, fueron compartidas con los compañeros del área de matemáticas, lo que llevó a fortalecer la comunidad de aprendizaje que a la fecha ha desarrollado varias unidades didácticas basadas en esta estrategia metodológica, como se evidenció en la visita que realizó el Ministerio de Educación Nacional a la institución.

5.2 Recomendaciones

Las recomendaciones que se plantean en este trabajo de grado se hicieron teniendo en cuenta las dificultades y limitaciones que se presentaron en el desarrollo de esta investigación.

Se recomienda diseñar una unidad didáctica para la enseñanza de los triángulos con menor cantidad de actividades, ya que durante la implementación de la unidad didáctica planteada en este trabajo de grado la docente presentó dificultad para flexibilizar las estrategias debido a la gran cantidad que en ella había. También es recomendable trabajar con grupos más pequeños, dado que la gran cantidad de estudiantes que tuvo a su cargo no le permitió realizar un mejor

acompañamiento en la construcción de los nuevos conocimientos, aunque debemos asumir que en el aula el docente debe plantear estrategias que le permita atender el 100% de la población.

Se recomienda trabajar más en el planteamiento de hipótesis en marco de la indagación, particularmente en las situaciones adidácticas ya que estas son una herramienta discursiva que permite indagar, argumentar y modelizar el aprendizaje en el aula de clase

Es recomendable trabajar la visión retrospectiva desde las temáticas planteadas en la unidad didáctica para poder establecer una mejor comparación entre ambos momentos.

Se recomienda para futuras investigaciones que el análisis de la visión retrospectiva sea realizada a través de un instrumento que permita establecer la presencia de las situaciones didácticas de Brousseau antes de iniciar la formación pos gradual, para poder comparar esta información con la práctica de la docente al implementar la unidad didáctica basada en la metodología de la indagación.

Para el proceso de codificación es recomendable tener claridad en el manejo de los instrumentos, esto con el fin de evitar dificultades al relacionar los ítems de la práctica docente con las fases de la indagación práctica.

Se recomienda trabajar la metodología de la indagación con estudiantes que presentan dificultades de aprendizaje, ya que esta estrategia metodológica permite hacer adaptaciones según los diferentes ritmos de aprendizaje.

Se recomienda a los profesores que enseñan matemáticas en las instituciones públicas y privadas reflexionar frente a sus prácticas de aula y a buscar estrategias metodológicas como la metodología de la indagación que permite la construcción de nuevos conocimientos a partir de las ideas de los estudiantes y los aportes del docente.

Se recomienda la conformación de una comunidad de aprendizaje que permita la difusión, socialización, debate e interacción con pares interesados en la temática, como medio para fortalecer el conocimiento a través de la heterogeneidad en visiones y necesidades que favorezcan la apropiación de la metodología de la indagación en los procesos de enseñanza.

6. Referencias bibliográficas

- Alemán, J. (2009). La geometría con Cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa. México.
- Aljuri, J. C. (2014). Las pruebas no tienen la última palabra. Obtenido de Revista Semana.com: <http://www.semana.com/educacion/articulo/que-significan-los-resultados-de-los-estudiantes-colombianos-en-las-pruebas-pisa-icfes-saber/382287-3>
- Amador, J. F., Rojas, J. L. y Sánchez, H. G. (2015). La indagación progresiva con ayudas hipermediales dinámicas en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?. Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C., 80-106.
- Andrade, L; Perry, P; Guacaneme, E; Fernández, F. La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación?. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 6, núm. 2, julio, 2003, pp. 81- 105.
- Angles, S. (2015). El aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en estudiantes de primer grado de educación secundaria basado en la teoría de situaciones didácticas. Tesis en Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica. San Miguel, Perú.

- Alemán Cruz, J. M. (2009). La Geometría con Cabri: Una visualización a las Propiedades de los Triángulos (Doctoral dissertation).
- Brousseau, G. (1995): “Glossaire de didactique des mathématiques”, en *Thèmes*
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación a la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.
- Brown, A. L., y Palincsar, A. S. (1989). Guided, cooperative learning and individual knowledge acquisition. *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser*, 393-451.
- Bustos, A. (2011). *Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita*. Tesis Doctoral. Departamento de psicología evolutiva y de la educación. Universidad de Barcelona.
- Camacho, H; Casilla, D; Finol de Franco, M. La indagación: una estrategia innovadora para el aprendizaje de procesos de investigación. *Laurus*, vol. 14, núm. 26, enero-abril, 2008, pp. 284-306 Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Caracas, Venezuela.
- Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra con alumnos de II de Magisterio de la ENMPN (Tesis inédita de maestría)*. Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 7 de junio de 2018.
- Castro, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. *Revista Nacional de Administración*. Recuperado el 18 julio de 2017. De la URL:

http://biblioteca.icap.ac.cr/BLIVI/COLECCION_UNPAN/BOL_MARZO_2013_60/UNED/2010/estudio_casos.pdf

Cerda, H. (1.991). Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSakE/view>.

Céspedes y González. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 1(2).

Coll, C y Sánchez, E. (2008) El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. Revista de Educación. 15-32.

Coll, C. (1991). Psicología y currículum. Barcelona. Paidós.

Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera, M. J. (1992). Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. Madrid: Infancia y Aprendizaje, 59 (60), 189-232.

Coll, C., Mauri, T. y Onrubia, J. (2008). La utilización de las tecnologías de la información y la comunicación en la educación: de diseño tecno-pedagógico a las prácticas de uso. En Coll, C., Monereo, C. (Eds) Psicología de la educación virtual, aprender y enseñar con las TIC. 75-103. Madrid: Morata

Coll, C., Solé, I. (2001) Enseñar y aprender en el contexto del aula. Madrid: Alianza

- Colomina, R., Mayordomo, R., y Onrubia, J. (2001). El análisis de la actividad discursiva en la interacción educativa. Algunas opciones teóricas y metodológicas. *Infancia y aprendizaje*, 24(1), 67-80.
- Congreso de la república de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Constitución Política de Colombia. (1991). Asamblea Nacional Constituyente. Congreso de la Republica: Bogotá.
- Cristóbal, C; García H. (2013). La indagación científica para la enseñanza de la ciencias. *Horizonte de la ciencia* 3 (5). FE-UNCP/ISSN 2304-4330.
- d'Aquitaine & LADIST.
- De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *SUMA*, 4, 61-64.
- De Lella, C. (1999). Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado el 22 de septiembre de 2016, de I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación, Modelos y tendencias de la Formación Docente: <http://www.oei.es/historico/cayetano.htm>
- Decreto N° 1278. Diario Oficial de la Republica de Colombia. Bogotá D.C, 19 de Junio de 2002
- El país.com.co. (8 de Octubre de 2014). 70% de los estudiantes en Colombia se rajan en matemáticas. Obtenido de ElPais.com: <http://www.elpais.com.co/elpais/colombia/noticias/gina-parody-preocupada-por-pobres-resultados-estudiantes-pruebas-saber>
- Escamilla, A. (1992). Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula. Colección Aula Reforma. Zaragoza: Luis Vives.

- Figuerola, R. (2013), Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas, Lima-Perú.
- Gaitán, C., Martínez, D., Gatarayih, S., Romero, J., Estupiñán, M. y Alvarado, P. (2005). Caracterización de la práctica docente universitaria. Estudio de casos: pregrado. Investigación. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá D.C.
- Godino, J. (2002). Geometría y sus didácticas para maestros. Granada. Impresión: ReproDigital. C/ Baza, 6.
- Godino, J. D. (2004). Matemáticas para Maestros. Granada: Recuperado el 22 de septiembre de 2016, de <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>.
- Gómez, M. (2001). Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid: https://www.uam.es/personal_pdcursos/Matemat/apuntes/5_Situaciones.pdf
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (Tesis Doctoral). Universidad de la Rioja, La Rioja, España
- González - Weil, C., Martínez, M., Galax, C., Cuevas, K., y Muñoz, L. (2009). La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico. (Valdivia, Ed.) Estudios Pedagógicos XXXV, 67-78.
- González Weil, C., Cortéz, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., ... y Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(2), 85-102.

González Weil, y otros. (2012). Amador Montaña, Rojas García, & Sánchez Bedoya, (2015).

Instrumento de recolección de información).

González, P. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4000 años.

SIGMA N°32, p.103-130.

Gutiérrez, m. (2006). El programa Ondas de Colciencias en el departamento de Risaralda.

Revista Electrónica de Educación y psicología. N° 4. Colombia.

Gutiérrez, M. C., Buriticá, O. C., y Rodríguez, Z. E. (2002). El socioconstructivismo en la enseñanza y el aprendizaje escolar. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

Harlen, W. (2013). Capítulo 5 Implementando la evaluación formativa de ECBI. Evaluación y Educación en Ciencias basada en la indagación: aspectos de la política y la práctica. Italia: Global Network of Science Academies (IAP). Science Education Programme (SEP).

Hernández, R; Buitrago, L; y Torres, L. (2009). La secuencia didáctica en los proyectos de aula, un espacio de interrelaciones entre docente y contenido de enseñanza. Bogotá Colombia.

Hernández, J., Herrera, L., Martínez, R., Páez, J., Páez, M. (2011). Generación de Teoría. En Inciarte, A (facilitadora), Teoría Fundamentada. Seminario llevado a cabo en La Universidad del Zulia, Puerto Ordaz.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Obtenido de <http://www.lapaginadelprofe.cl/UAconcagua/7Dise%C3%B1osExperimentales.pdf>

Herrera, H. (2013). Enseñanza de los conceptos básicos de la trigonometría mediante el uso de tecnología informática. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.

Ibáñez, G. (1992). Planificación de unidades didácticas: una propuesta de formación. En Aula, n°1, abril, pp. 13-15.

- López, A. (2007). Las fases de Van Hiele para el teorema de Pitágoras (Tesis de maestría). Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Mariño, R. (2013). Diseño de una secuencia didáctica en torno a la demostración: el caso de las propiedades de los cuadriláteros en grado octavo de educación básica. (Tesis de maestría). Palmira Valle, Colombia: Universidad Nacional.
- Medina, A. (2003). Diseño, desarrollo e innovación del currículo. Madrid, España: universitas. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=2964>
- MEN. (1998). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, D.C., Colombia.
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2013). Sistema colombiano de formación de educadores y lineamientos de política. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- MEN. (2015). Derechos Básicos de Aprendizaje. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- MEN. (2017). Reporte de la excelencia 2017. Obtenido de Colombia aprende: http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/163001002593.pdf
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2014). Recuperado el 15 de julio de 2016, de Resultados De Pisa 2012 En Foco: Lo Que Los Alumnos Saben A Los 15 Años De Edad Y Lo Que Pueden Hacer Con Lo Que Saben: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf
- Perkins, D. (2010). El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación. Buenos Aires: Paidós.

- Pineda, J. D. (2013). Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria. Disertación Doctoral, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.
- Puerta, I. (2017). Transcripción videos. Pereira. Colombia. Disponible en www.transcripcionesmaster.blogspot.com.co.
- Restrepo, U. (2014). La comprensión del teorema de Pitágoras a través de la comparación de áreas de figuras planas en el contexto de Van Hiele (Tesis de maestría). Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA, 47-66.
- Rivas, A. (2015). Boletín Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE). Obtenido de América Latina: breve balance de las pruebas SERCE-TERCE y PISA: <http://www.unesco.org/new/es/santiago/press-room/newsletters/newsletter-laboratory-for-assessment-of-the-quality-of-education-llece/n17/06/>
- Rodríguez, C.E. (2007). Didáctica de las ciencias económicas, Edición electrónica gratuita. Texto completo en www.eumed.net/libros/2007c/322/
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática, 5, 2-4, 13-66.
- Salinas, M. (2007). Errores sobre el sistema de numeración decimal en estudiantes de magisterio. Investigación en educación matemática, 381-390.
- Sanmartí, N. (2002). Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias. Barcelona: Marfil.

- Sanmarti, N. (2005). Unidades Didácticas en ciencias y Matemáticas. Digna Couso. Primera edición. Editorial magisterio. 13-58. 2005.
- Stake. R. E. (1999) - Investigación Con Estudio de Casos. Madrid: Morata. Vásquez.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Uzcátegui, Y. y Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. Revista de Investigación, 37(78).
- Uzuriaga López, V., y Sánchez, H. G. (2016). Seminario. Didáctica de la Matemática. Pereira, Risaralda: Documento de trabajo.
- Vílchez, J. (2007). Modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria. Tesis de Doctorado. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.

7. Anexos.

Anexo 1. Instrumento para la recolección de la información de la práctica docente

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

MACRO-PROYECTO LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

GRADO:

FECHA:

INSTITUCIÓN:

1. Categoría: Secuencia didáctica ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González Weil et al, 2012)			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el ítem
1A Actividad modular	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	1A – 1	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	1A -2	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	1A – 3	
1B Momentos de la clase flexible.	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	1B – 4	
	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B – 5	
	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	1B – 6	

2. Categoría: competencia científica ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase?			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el ítem
2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes enfocadas al quehacer científico: formular, resolver problemas, actitud crítica rigurosa).	El docente hace preguntas orientadoras y retadoras que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	2A-7	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	2A-8	
	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	2A-9	
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	2A-10	
	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	2A-11	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	2A-12	
2B Enseñanza de las competencias disciplinares	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	2A-13	
	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	2A-14	
	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	2B-15	
	El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	2B-16	
	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	2B-17	
	Las actividades realizadas por el docente acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	2B-18	

	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	2B-19	
	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de los resultados.	2B-20	

3. Categoría Interactividad ¿Qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?			
Subcategorías	Ítems	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el ítem
3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	3A-21	
	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	3A-22	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	3A-23	
3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (presenta apoyo pedagógico permanente)	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	3B-24	
	El docente ofrece ayuda ajustada al estudiante para la construcción del nuevo conocimiento	3B-25	
	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	3B-26	
	El docente facilita y regula el aprendizaje.	3B-27	

Observaciones generales:

Anexo 2. Matriz para el análisis de los datos desde la indagación práctica

Categoría: Hecho Desencadenante		
Subcategoría	Ítems	Acciones y discursos del docente
Planeación de clase abierta y participativa	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza.	
	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	
	El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	
	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	
	El docente proporciona mediadores cognitivos con el fin de ser utilizado por los estudiantes para resolver dudas o afianzar el conocimiento.	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento	
Exploración de conocimientos previos	El docente aplica estrategias que permiten articular los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
Planteamiento del problema contextualizado	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	
Involucrar al estudiante	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	
	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	
	Toma como apoyo los aportes y explicaciones de los estudiantes para el desarrollo de conocimientos.	
	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

Categoría: Exploración			
Subcategoría		Reactivos/Ítems	Acciones y discursos del docente

Construcción de significados		El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	0=No se observa 1=Se observa
		El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	
Búsqueda de hipótesis		El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo	
Sesiones de grupo para Exploración cooperativa		El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
		El docente acompaña a todos los estudiantes o grupos de estudiantes en los procesos que se realizan para obtener conocimientos.	
		El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada		El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	

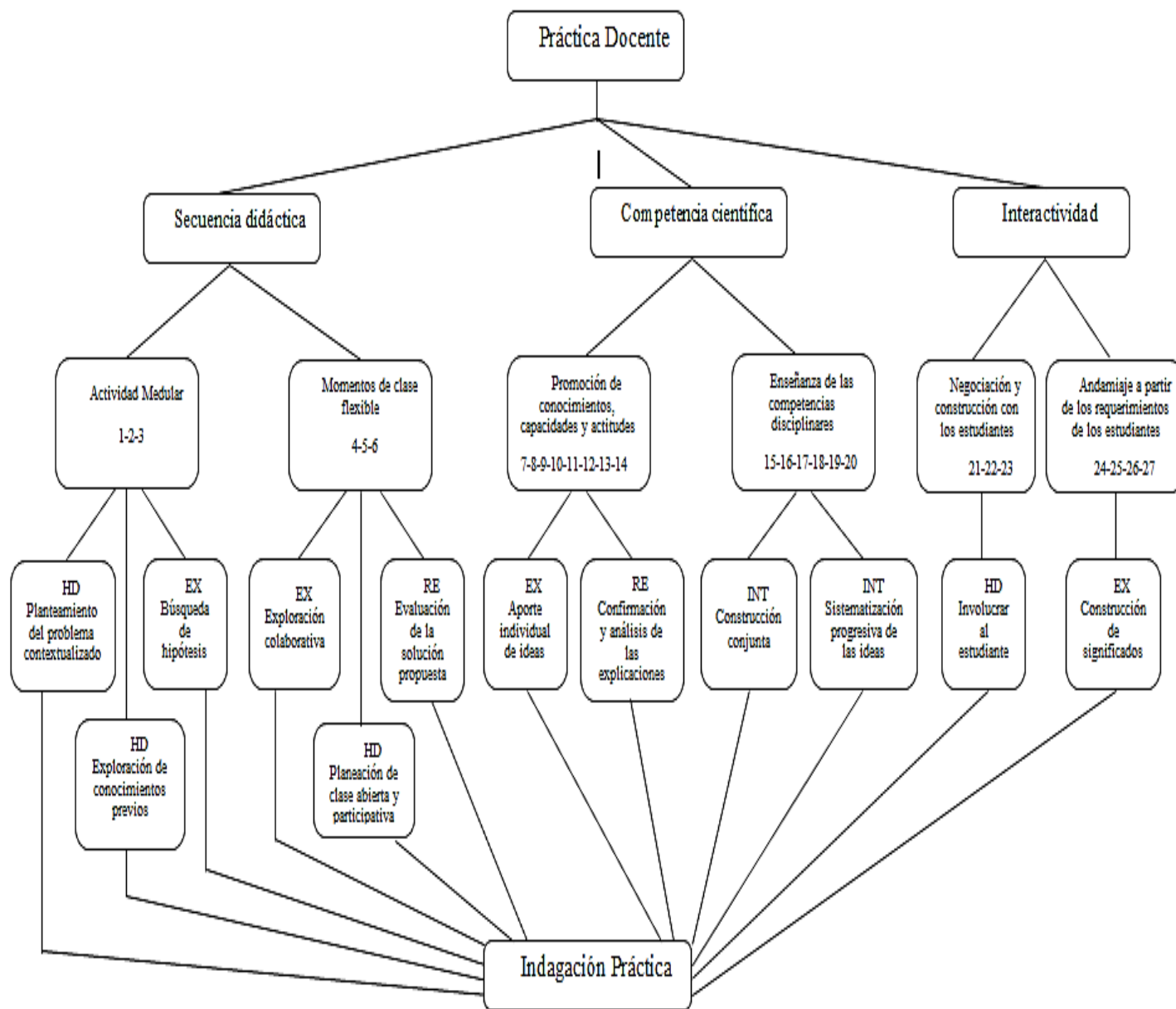
Categoría: Integración		
Subcategoría	Ítems	Acciones y discursos del docente
Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del problema planteado	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	
	El docente propone actividades para interiorizarlo trabajado en clase.	
	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	
	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	
	El docente facilita y regula el aprendizaje.	
Sistematización progresiva de las	El docente estimula a través de actitudes positivas en los estudiantes.	

ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
	El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	
	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje	

Categoría: Resolución		
Subcategoría	Ítems	Acciones y discursos del docente
Evaluación de la solución propuesta (R- EP)	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	
Confirmación y análisis de la explicaciones (R-CA)	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	
	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

Fuente: elaboración macro proyecto de matemáticas, maestría en Educación. Universidad Tecnológica de Pereira. 2016

Anexo 3. Grafo para el análisis de la práctica docente según la indagación práctica.



Anexo 4. Pantallazo que evidencia el proceso utilizado en el tratamiento de los datos

The screenshot shows the ATLAS.ti software interface. The main window displays a text document titled "P 4: clase 3.docx" with a transcript of a classroom discussion. The transcript includes the following text:

039 Profesora: Vamos a iniciar recordando la situación problema, vamos a mirar porque nosotros escogimos el triángulo

040 (la profesora pone el siguiente video <https://www.youtube.com/watch?v=NPEdGLuDd8A> para recordar que el triángulo es el polígono que ofrece mayor estabilidad y no se deforma)

041 Profesora: Estamos de acuerdo

042 Estudiantes: Si profesora

043 Profesora: A continuación les voy a mostrar algunos ejemplos de cómo pueden ser nuestros puentes

044 Quien nos quiere ayudar con la lectura

045 Estudiante: A base de triangulación se han conseguido vigas de una gran longitud y resistencia, que se llaman **vigas reticuladas o arriostradas** y se emplean constantemente en la construcción de grandes edificaciones que necesitan amplias zonas voladas y sin pilares, así como en la de puentes de una gran longitud. Las vigas de este tipo tienen una mayor resistencia que las vigas macizas.

046 Profesora: Saben dónde han visto vigas reticuladas

047 Estudiantes: No

048 Profesora: Se las voy a mostrar (la profesora muestra diapositivas de estructuras que tienen estas vigas), las han visto

049 Estudiante: si

050 Profesora: Las vigas reticuladas son las que están debajo de los puentes, observemos acá ¿qué forma poligonales tienen esas vigas?

051 Estudiantes: Triángulos

On the left side, there are two panels: "Vistas de red" (Network Views) and "Códigos" (Codes). The "Códigos" panel shows a list of codes with a search bar. The codes listed are:

- 1A-1~
- 1A-2~
- 1A-3~
- 1B-4~
- 1B-5~
- 1B-6~
- 2A-10~
- 2A-11~
- 2A-12~
- 2A-13~
- 2A-14~
- 2A-7~

On the right side, there is a list of codes with a search bar. The codes listed are:

- 2A-11~
- HD-conocimientos previos~
- 2A-7~
- EX-construcción de significados~
- 1A-3~
- HD-clase p...
- 1A-3~
- 1B-5~
- HD-clase participativa~
- 1A-1~
- 3B-27~
- HD-planteamiento problema~
- INT-construcción conjunta~
- 3B-27~
- INT-construcción conjunta~
- 1A-3~
- HD-clase participativa~
- 3B-24~
- 1A-2~
- INT-sistematización~
- HD-planteamiento prob

The bottom status bar shows "P 4: clase 3.docx -> Mi biblioteca" and "Tamaño: 1 Texto rico Pre".

Anexo 5. Certificado de implementación de la unidad didáctica

	INSTITUCION EDUCATIVA POPULAR DIOCESANO "Una Opción para ser persona"	CODIGO PL-RC-22
	OFICIO	FECHA: 01-MAR-09 Edición Controlada Versión 02

Señores:

MAESTRIA EN EDUCACION
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Cordial saludo

Por medio de la presente certifico que la maestrante Isabel Cristina Puerta González identificada con la CC. 42.013.219 de Dosquebradas ha implementado una unidad didáctica planeada desde el macroproyecto de matemática.

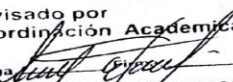
Dicha unidad tiene como objetivo reconocer y clasificar triángulos en grado octavo, sustentada en la metodología de la indagación y la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau. Esta fue implementada a 40 estudiantes del grado octavo B durante cuatro sesiones de clase como se especifica a continuación:

Sesión	Tema	Duración	Fecha
1	Reconocer las propiedades de los triángulos.	1:35:15	28-02-2017
2	Identificar, clasificar triángulos.	51:07	1-03-2017
3	Deducir gráfica y algebraicamente el teorema de Pitágoras.	1:26:07	2-03-2017
4	Formar estructuras con triángulos.	53:23	7-03-2017

Para constancia de lo anterior se firma en Dosquebradas Risaralda a los 23 días del mes de marzo del año 2017

GABRIEL ANTONIO ESCOBAR HERRERA
C.C.4.391.272 de Belén de Umbria
Rector

Revisado por
Coordinación Académica

Fecha: 
ENRIQUE ECHEVERRI DUQUE
C.C.4.452.570 de Marsella
Coordinador académico

Anexo 6. Unidad didáctica

GRADO: octavo

DOCENTE: ISABEL CRISTINA PUERTA GONZÁLEZ

NOMBRE DE LA UNIDAD: EL PODER DEL TRIÁNGULO “ESTRUCTURAS CON PAPEL PERIÓDICO ”		
TEMA A DESARROLLAR: LOS TRIÁNGULOS Y SUS PROPIEDADES		
OBJETIVO GENERAL: Reconocer y clasificar triángulos en grado octavo. OBJETIVOS ESPECÍFICOS <ul style="list-style-type: none"> • Identificar, clasificar y reconocer las propiedades de los triángulos. • Deducir gráfica y algebraicamente el teorema de Pitágoras • Formar estructuras con triángulos. 		
ESTÁNDARES DE COMPETENCIA: PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS <ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras). • Puedo hacer una demostración práctica (como un rompecabezas) del teorema de Pitágoras, utilizando relaciones entre áreas; lo verifico. • Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos. PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS <ul style="list-style-type: none"> • Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias. 		
CONTENIDO CONCEPTUAL	CONTENIDO PROCEDIMENTAL	CONTENIDO ACTITUDINAL
<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de los triángulos 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento: Los objetos se perciben en su totalidad, sin diferenciar 	<ul style="list-style-type: none"> • Adquirir capacidad de trabajo al afrontar la solución de triángulos

<ul style="list-style-type: none">● Clasificación de los triángulos● Teorema de Pitágoras	<p>atributos y componentes.</p> <ul style="list-style-type: none">● Análisis: Se perciben los componentes y propiedades de los objetos y figuras● Clasificación: descripción de forma formal, es decir las condiciones necesarias y suficientes.● Deducción: Justificación de las proposiciones planteadas● Rigor: Conocer la existencia de diferentes sistemas axiomáticos lo que permitirá analizar y comparar diferentes geometrías.	<p>para aumentar la responsabilidad, perseverancia y autoestima</p> <ul style="list-style-type: none">● Demostrar buenas relaciones con sus compañeros al respetar la opinión ajena● Mantener una actitud de persistencia ante las dificultades que se presentan.● Valorar el intercambio de ideas como fuente de aprendizaje.● Puntualidad, precisión y prolijidad en la presentación de trabajos individuales y grupales
ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE		
NÚMERO DE CLASE	<p>La docente saluda a los estudiantes de manera cortés y los motiva a participar en la clase y desarrollar las actividades preparadas, resalta la importancia del trabajo en equipo y aprovecha el momento para hacer un pacto de aula, estableciendo los criterios bajo los cuales se va a trabajar, académica y comportamentalmente.</p> <p>PACTOS DE AULA.</p> <ul style="list-style-type: none">● Ingresar al salón en orden, con buena disposición y acomodarse rápidamente● Saludar y despedirse de manera cordial● Traer el material necesario para trabajar en clase● Utilizar un lenguaje adecuado● Escuchar en silencio las explicaciones de las clases● Levantar la mano para participar● Mantener ordenado el sitio de trabajo● Preguntar cuando se tengan dudas● Arriesgarse aunque se equivoque● Seguir las indicaciones● Escuchar a los demás● Pedir permiso para salir del salón	
ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS		
FASE 1		
La introducción a esta unidad se realizara a través de la presentación del video:		

<https://www.youtube.com/watch?v=VBM2kIzOj3I> con el objetivo de crear expectativa acerca del tema a tratar.

Finalizado el video se formularán las siguientes preguntas, dando la palabra a medida que levanten la mano

- ¿Qué forma geométrica tiene la zona geográfica ubicada entre Puerto Rico, las islas Bermudas y la ciudad de Miami?
- ¿Dónde se encuentra ubicado el triángulo de las Bermudas?
- ¿Por qué el triángulo de las Bermudas es tan enigmático?
- ¿Qué podría decirse entre la distancia que hay entre las tres ciudades respectivamente?
- ¿Qué nacionalidad tienen los científicos de los cuales se habla en el documental?
- ¿Qué habías oído, acerca del triángulo de las Bermudas?

(Tiempo estimado para esta actividad 10 minutos)

Al finalizar esta etapa se presenta a los estudiantes la situación problema de esta unidad didáctica, por medio de una presentación en power point, la cual será narrada por la docente:

En la Institución Educativa se trabaja con aulas especializadas, de tal manera que durante los cambios de clase son los estudiantes se trasladan de un salón a otro. El colegio está conformado por dos bloques separados entre sí por una zona verde, lo que provoca que el recorrido en los cambios de clase sea largo y generan congestión, una posible solución a esta dificultad sería la construcción de un puente que una dichos bloques facilitando el desplazamiento.

El área de matemáticas vio la oportunidad de enseñar la geometría a través de una experiencia significativa y para ello propone realizar un concurso con los estudiantes de grado octavo, el cual consiste en la creación de una maqueta de la estructura del puente.

Los directivos de la institución y los docentes del área serán los jueces del concurso, los ganadores del reto tendrán la oportunidad de tener una placa de honor como reconocimiento, además esto será publicado en la página web de la secretaría de educación municipal. Los requisitos propuestos por el área son los siguientes:

- I. Toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinde mayor estabilidad.
- II. El material utilizado para la elaboración de la estructura será Papel periódico y pegamento.
- III. Las dimensiones del puente deben cumplir las siguientes condiciones:
 - a) La medida del largo debe estar en un rango de 50 a 70 cm
 - b) El ancho debe ser la mitad de la medida del largo
 - c) La altura debe ser las dos quintas partes del largo

IV) La estructura debe ser resistente bajo condiciones de carga.

Después de leer la anterior situación, la docente realizará las siguientes preguntas para comprobar que los estudiantes entendieron el problema.

- ¿Comprenden lo que se plantea en la situación problema?
- ¿Pueden replantear el problema con sus propias palabras?

- ¿Distinguen cuáles son los requisitos que se deben tener en cuenta para resolver el problema?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Este problema es similar a algún otro problema que hayas resuelto antes?

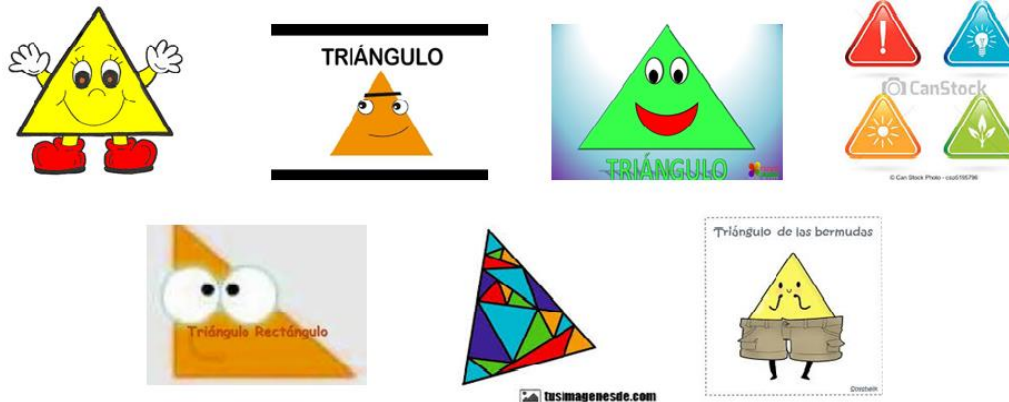
(Tiempo estimado para esta actividad 5 minutos)

Luego que la docente plantee la situación problema se da inicio a la sesión número 1. Esto con el fin que el estudiante comience a involucrarse con la solución del problema. Es necesario tener en cuenta que la primera sesión inicia inmediatamente terminada la situación problema.

1. **TÍTULO: Identifico y aprendo**

Luego de plantear la situación general, la docente les contará a sus estudiantes que es necesario iniciar con el requisito (I). El cual dice que toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinda más estabilidad.

Para dar respuesta a este requisito iniciaremos con la conformación de los grupos de trabajo de la siguiente forma



La figura anterior se reproducirá 4 veces, lo que permitirá obtener 40 triángulos, cada triángulo está repetido cuatro veces y así se establecerán 10 grupos de trabajo, cada uno integrado por 4 estudiantes.

Esta actividad, permitirá fortalecer las habilidades de comparación, relación e identificación.

Nota: los grupos conformados en esta sesión deben conservarse durante todo el desarrollo de la unidad didáctica

FASE 2

Cuando estén conformados los grupos de trabajo la docente pasara recogiendo el nombre de los integrantes, para consignar en sus apuntes y entregará (a cada grupo) los siguientes materiales: palos de helado, cinta adhesiva, tijeras y la siguiente instrucción:

Construir cuatro polígonos regulares diferentes con los materiales y luego a cada polígono se le debe aplicar una fuerza de compresión sobre uno cualquiera de los vértices.

Al finalizar la experiencia, un vocero de cada grupo pasará al frente para exponer las conclusiones obtenidas y entre todos elegir el polígono que ofrece más estabilidad.

Con esta actividad la docente pretende demostrar la propiedad de rigidez de los triángulos y para institucionalizar el concepto se procede a realizar la siguiente lectura, presentada en diapositivas, las cuales serán leídas por los estudiantes.

LA FIGURA GEOMÉTRICA INDEFORMABLE: FUERZA DEL TRIÁNGULO

El triángulo es quizás el polígono más sencillo, pero no por ello menos interesante. Desde su simplicidad, nadie podría pensar que puede tener tanta utilidad en el desarrollo de las cuestiones geométricas.

Veamos hasta donde llega la fuerza del triángulo. Si se ejerce una fuerte presión sobre un cuadrilátero, se acaba de deformar. Lo mismo ocurre con todos los polígonos, excepto el triángulo, que es el único que ofrece una rigidez suficiente y también un carácter indeformable.

Por eso el triángulo suele ser utilizado en la construcción de estructuras de gran tamaño que deben soportar grandes pesos. Un buen ejemplo de su uso insustituible lo encontramos en las torres de tendido eléctrico, puentes, naves, andamios entre otras estructuras grandiosas. Las estructuras metálicas pueden tener externamente cualquier apariencia, pero internamente siempre lleva formas triangulares. La torre EIFFEL de París (Francia), que con sus 300 metros fue durante muchos decenios la construcción más alta del mundo, también está hecha aprovechando la rigidez del triángulo.

P.R. Carlos Enrique Navarro A- IEMA-2012



FASE 3

Después de la lectura realizada por los estudiantes, se entregará a cada grupo una guía de trabajo, esta corresponde a la guía # 1. (anexo A)

NOTA: los materiales para desarrollar las actividades estarán en el escritorio del profesor y un representante de cada grupo los debe recoger, después de leer y socializar con sus compañeros las actividades

IDENTIFICO Y APRENDO

Tomar los pitillos y recortarlos formando ternas con las siguientes medidas.

PITILLOS



TERNA #1. 10 cm, 14 cm, 16 cm

TERNA #2. 2 cm, 2 cm, 4 cm

TERNA #3. 10 cm, 4 cm, 3 cm

TERNA #4. 8 cm, 8 cm, 8 cm

TERNA #5. 10 cm, 10 cm, 5 cm

Contestar en grupo:

1. ¿Es posible formar triángulos con todas las ternas?
2. ¿Cuál debe ser la condición necesaria para que se forme un triángulo?

FASE 4

Observa la siguiente fotografía



3. Identifica los triángulos completos que hay en las fotografía y resáltalos con color rojo
4. Teniendo en cuenta la medida de los lados, en los triángulos anteriores, ¿podría decirse que todos los triángulos son de la misma clase? Justifique la respuesta.
5. Asumiendo que un triángulo puede tener lados de igual o diferente medida, proponga las diferentes alternativas que se puedan presentar y con esta información, diseñe un mapa conceptual de clasificación.
6. Mida la amplitud de cada uno de los ángulos interiores de los siguiente triángulos



7. Teniendo en cuenta el concepto de clasificación de ángulos según su amplitud, realiza una descripción de cada uno de los triángulos anteriores.
8. Teniendo en cuenta la clasificación de los ángulos según su amplitud, ¿cuántas posibles combinaciones de ángulos pueden existir en un triángulo?

9. ¿Qué se puede decir de la relación que existe, entre los ángulos y el lado que se encuentra frente a él?

10. ¿Cuánto da la sumatoria de las medidas de los ángulos interiores de los anteriores triángulos?

Mientras los estudiantes van realizando las actividades propuestas en esta guía de trabajo, la docente se desplaza por el aula de clase, con el fin de verificar si se tienen claras las actividades propuestas y brindar la orientación pertinente. (Tiempo estimado para esta actividad: 30 minutos)

Una vez terminado el trabajo asignado, los voceros de cada grupo pasan al frente, con el fin de comunicar las respuestas obtenidas en cada una de las preguntas, permitiendo con esto validar los resultados. (Tiempo estimado para esta actividad: 10 minutos)

Después de dar a los estudiantes la posibilidad de validar los resultados, la docente aclara que un triángulo es un polígono de tres lados, sus elementos son: los vértices, los lados, los ángulos interiores y los ángulos exteriores, además que en todo triángulo, la medida de un lado siempre es menor que la suma de los otros dos lados y mayor que su diferencia, que la suma de la medida de los ángulos interiores es 180° y que el triángulo es el polígono que ofrece mayor rigidez pues no se deforma, además se clasifican según la medida de sus lados en:

Equilátero si sus tres lados son congruentes, es decir, que sus lados tengan la misma medida.

Isósceles: si tienen dos lados congruentes

Escalenos: si ninguno de sus lados son congruentes

Y que de acuerdo a la medida de sus ángulos internos los triángulos pueden ser:

Acutángulos: cuando sus tres ángulos son agudos

Obtusángulos: si tiene un ángulo obtuso y dos agudos

Rectángulo: cuando tiene un ángulo recto o /y dos agudos.

(Tiempo estimado para esta actividad: 5 minutos)

CLASE 2

La clase se inicia recordándoles a los estudiantes a través del siguiente video <https://www.youtube.com/watch?v=NPedGLuDd8A> que el triángulo es el único polígono que no se deforma cuando actúa sobre él una fuerza, ya que, por su estructura esta figura sirve para dar firmeza y estabilidad a los soportes.

Al finalizar el video se conforman los grupos de trabajo y se hace entrega de la guía #2 (anexoB)

(Tiempo estimado para esta actividad 10 minutos)

CONOCIENDO LOS PITÁGORAS TRIÁNGULOS

FASE 1

A base de triangulación se han conseguido vigas de una gran longitud y resistencia, que se llaman **vigas reticuladas o arriostradas** y se emplean constantemente en la construcción de grandes edificaciones que necesitan amplias

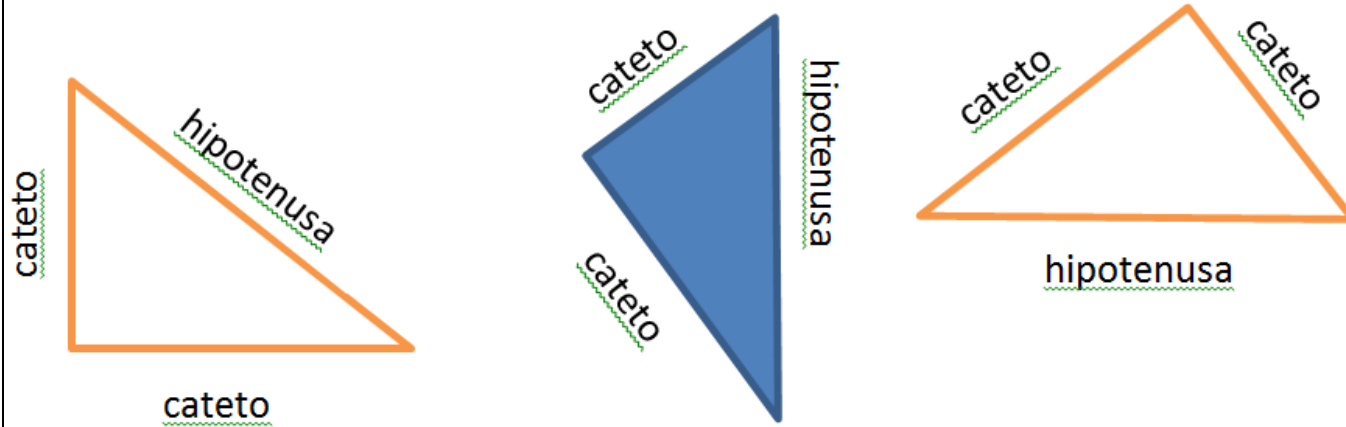
zonas voladas y sin pilares, así como en la de puentes de una gran longitud. Las vigas de este tipo tienen una mayor resistencia que las vigas macizas.



Otro tipo de puente es el puente colgante, este tipo de estructura consiste en un tablero que en lugar de estar apoyado sobre pilas o arcos se sujeta mediante cables o piezas atirantadas desde una estructura a la que van sujetas, tal como se muestra en la siguiente figura.



En cada una de estos casos se puede observar que el tipo de triángulo utilizado es el rectángulo y es por esta razón, que el área de matemáticas de la institución decide dedicarle especial interés a esta temática. Recordemos que un triángulo rectángulo es aquel que está formado por un ángulo recto (90°) y dos ángulos agudos. En la siguiente figura observa los ejemplos de triángulo rectángulo y construye una definición para cateto e hipotenusa.



CATETO: _____

HIPO TENUSA: _____

Observa la siguiente fotografía y marca con color rojo las hipotenusas que hay en ella.



- ¿Cuántas hipotenusas encuentras en la fotografía?
- ¿Cuántos catetos hay?
- ¿Qué relación hay entre la hipotenusa y los catetos?

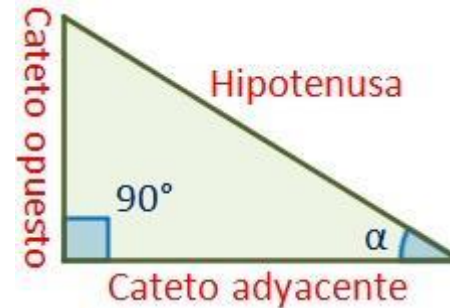
(Tiempo estimado para esta actividad: 10 minutos)

Finalizada la actividad se da espacio para que los voceros socialicen y posteriormente el docente institucionaliza

el concepto de cateto y de hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Cateto: es cualquiera de los dos lados menores de un triángulo rectángulo, los que conforman el ángulo recto

Hipotenusa del triángulo rectángulo: es el lado mayor del triángulo y esta es opuesta al ángulo recto.

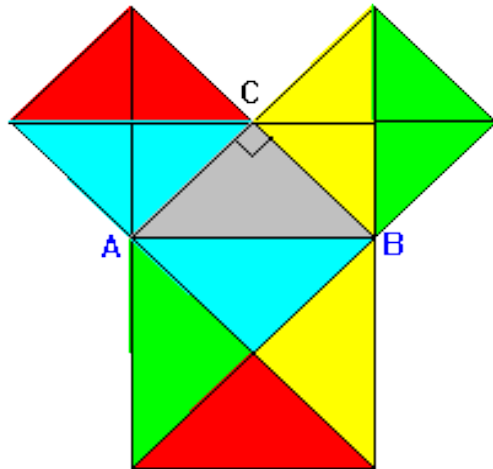


(Tiempo estimado para esta actividad: 10 minutos)

Con ayuda de un estudiante se hace entrega a cada grupo de los materiales que se necesitan para realizar la segunda actividad "demostrar el teorema de Pitágoras" (fotocopia, tijeras, pegante) y las preguntas relacionadas al tema como se muestra a continuación.

FASE 2

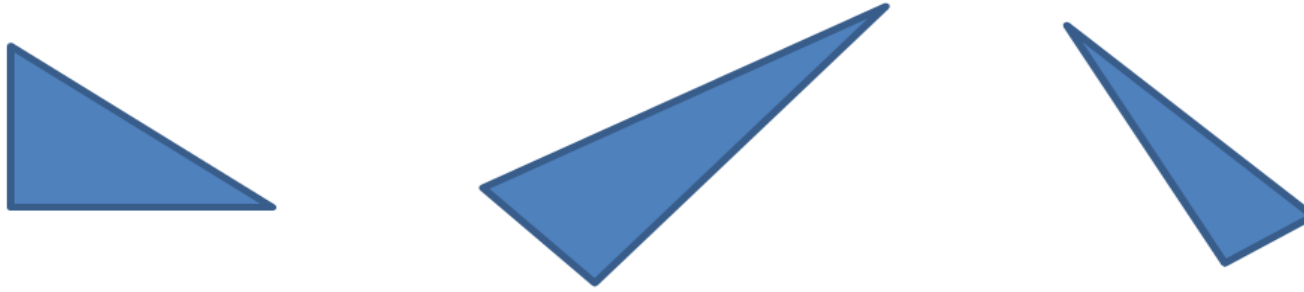
Recorta la figura por las líneas negras y comprueba que los dos cuadrados pequeños caben en el cuadrado grande.



Explique la relación que hay entre el área de los cuadrados de los catetos y el área del cuadrado de la

hipotenusa del triángulo rectángulo.

Plantee una ecuación para explicar la relación entre los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa, luego midan los catetos de cada triángulo rectángulo y demuestre que la igualdad se cumple.



APLIQUEMOS LO APRENDIDO

A continuación observa la siguiente fotografía



Este puente es de tipo atirantado ya que es su tablero está suspendido de uno o varios pilones centrales mediante obenques o tirantes que enlazan la pista directamente con el pilón.

- ¿Reconoces este puente?
- ¿Cuál es la figura geométrica más recurrente en el diseño de este puente?

- En la ciudad donde se encuentra ubicado este puente, se tiene por tradición iluminar durante la época navideña cada uno de los tirantes que lo sostienen, tal como lo muestra la figura ¿cómo se podría calcular la longitud de la manguera amarilla que corresponde al tirante más largo, si se sabe que la altura de los pilones es de 50 metros y que la distancia horizontal entre cable y cable es de 5 metros?

(Tiempo estimado para esta actividad: 25 minutos)

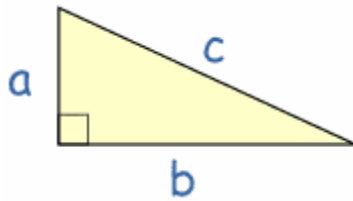
Al finalizar el tiempo estimado, el vocero del grupo de trabajo, expone las conclusiones obtenidas con lo cual se permite dar inicio a la etapa de validación.

(Tiempo estimado para esta actividad: 10 minutos)

El cierre de esta sesión de clase se realizara a través del siguiente video

<https://www.youtube.com/watch?v=gaMWqwrFFxg>, e institucionalizando que:

En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados (llamamos "triángulo rectángulo" a un triángulo con un ángulo recto)



Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual al cuadrado de c (c^2):

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(Tiempo estimado para esta actividad: 10 minutos)

Al finalizar la clase se les solicita a los estudiantes traer fotografías de estructuras de puentes, las cuales servirán como ejemplos para la construcción, además, que se debe dar inicio a la elaboración de material necesario para realizar la estructura como se indica en las fotografías.

Dicha actividad queda como tarea para la próxima sesión.



CLASE 3

La docente recordará a los estudiantes cuál es el objetivo del trabajo que se está realizando y para ello se da lectura nuevamente a la situación problema.

En la Institución Educativa se trabaja con aulas especializadas, de forma tal que durante los cambios de clase son los estudiantes los que se trasladan de un salón a otro.

La Institución está conformada por dos bloques separados entre sí por una zona verde, lo que provoca que el recorrido en los cambios de clase sea largo y generan congestión, una posible solución a esta dificultad sería la construcción de un puente que una dichos bloques facilitando el desplazamiento.

El área de matemáticas vio la oportunidad de enseñar la geometría a través de una experiencia significativa y para ello propone realizar un concurso con los estudiantes de grado octavo, el cual consiste en la creación de una maqueta de la estructura del puente.

Los directivos de la institución y los docentes de ambas áreas serán los jueces del concurso, los ganadores del reto tendrán la oportunidad de tener una placa de honor como reconocimiento, además esto será publicado en la página web de la secretaría de educación municipal. Los requisitos propuestos por el área son los siguientes:

- I. Toda la estructura debe realizarse con la forma geométrica que brinde mayor estabilidad.
- II. El material utilizado para la elaboración de la estructura será Papel periódico y pegamento.
- III. Las dimensiones del puente deben cumplir las siguientes condiciones:
 - a) La medida del largo debe estar en un rango de 50 a 70 cm
 - b) El ancho debe ser la mitad de la medida del largo
 - c) La altura debe ser las dos quintas partes del largo

IV) La estructura debe ser resistente bajo condiciones de carga.

Después de recordar la situación problema la docente hará un pequeño repaso de lo ya visto en las clases anteriores, formulando las siguientes preguntas al grupo en general.

- ¿Cómo se clasifican los triángulos según la medida de sus lados?

- De acuerdo a los ángulos interiores ¿qué tipo de triángulos existen?
- ¿Cuál es la característica del teorema de Pitágoras?
- ¿Qué diferencia hay entre el cateto y la hipotenusa?
- ¿Por qué es importante el estudio de los triángulos?

Al finalizar esta serie de preguntas se le entrega a cada estudiante los siguientes ejercicios de interiorización.

1. Dibujar un triángulo rectángulo isósceles
2. Calcular la diagonal de un rectángulo que tiene 4 cm de base y 3 cm de altura
3. Si en un triángulo rectángulo uno de sus ángulos agudos mide 35° , ¿cuál será la medida del otro ángulo?
4. Calcular el perímetro de un triángulo rectángulo que tiene una base de 6cm y una altura de 8cm

Finalizada esta actividad se conforman nuevamente los grupos de trabajo para dar inicio a la elaboración de los puentes para el concurso.

Guía # 3 (anexo 3)

MANOS A LA OBRA

FASE 1

Un proyecto de ingeniería, es un conjunto de antecedentes y procedimientos que van desde la toma de una necesidad, hasta la obtención de una de una solución apropiada, que da origen a la creación de un sistema físico para solucionar el problema planteado.

La planeación es la primera tapa en un proyecto de ingeniería, por lo tanto se hace necesario que el equipo de trabajo se ponga de acuerdo en el diseño de puente que desean ejecutar, las medidas del mismo y la cantidad de material necesario.

NOTA: Recordemos que para el diseño cada integrante debía traer fotografías de estructuras de puentes, las cuales servirán como ejemplos para la construcción.

(Tiempo estimado para esta actividad 20 minutos)

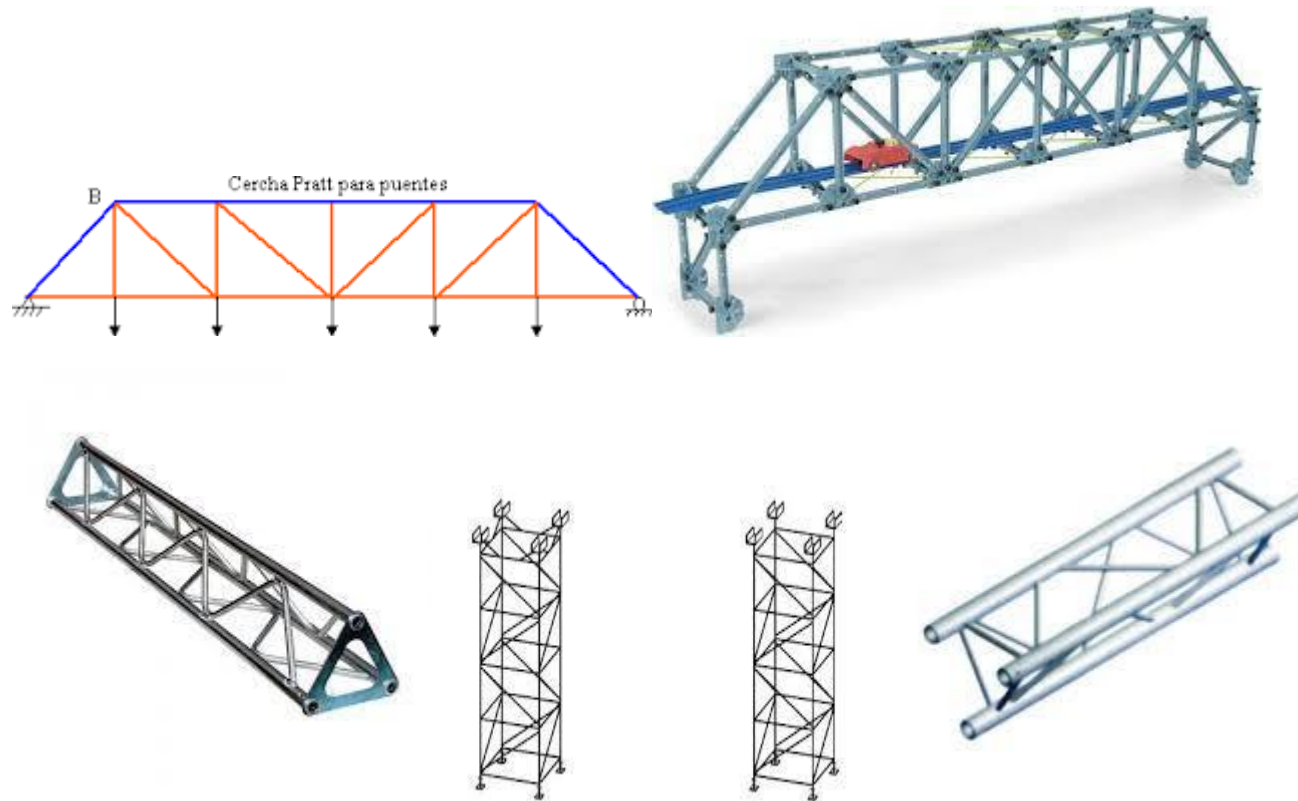
Al finalizar el tiempo cada grupo debe entregar los siguientes datos a la docente, los cuales serán expuestos en una cartelera para verificar que se cumpla con el punto IV del concurso:

- La medida del largo debe estar en un rango de 50 a 70 cm
- El ancho debe ser la mitad de la medida del largo
- La altura debe ser las dos quintas partes del largo

Además se debe establecer la cantidad aproximada de pitillos para la ejecución de la obra.

Nota: el grupo que realice la mejor planeación en cuanto a la cantidad de pillos a utilizar se hará ganador de una premiación especial

A continuación se ofrecen algunos diseños de estructuras que se pueden utilizar en la elaboración del puente



FASE 2

Para el desarrollo de esta fase la docente pasara entregando a cada uno de los grupos, un paquete que contiene el material necesario para elaborar la actividad

Teniendo en cuenta que la estructura es triangulada (ya que este polígono es el que ofrece mayor estabilidad), lo primero que hay que definir es el tamaño de los triángulos que se necesitan para el ancho, Largo y la altura del puente.

Parte del puente	Medida	Longitud de los catetos y de la hipotenusa en cada caso	Cantidad de triángulos necesarios
Ancho			
Alto			
Longitud			

FASE 3

Durante esta se da inicio a la construcción de los puentes y la docente va desplazándose por los grupos de trabajo para ir monitoreando los avances y aclarando posibles dudas.

Llegó el momento de llevar a cabo el plan ¡ahora sí, manos a la obra!

Cada grupo debe iniciar la elaboración del puente con los materiales asignados y con los parámetros establecidos anteriormente, cuentan con 50 minutos para realizar el proyecto.

FASE 4

Para el cierre de esta sesión se recogen los proyectos, se hace exposición de los mismo y se verifica cuales han demostrado cumplir con las condiciones del concurso.

Es momento del cierre, cada grupo debe contestar las siguientes preguntas

- ¿Cómo se sintieron con el proyecto?
- ¿Cuántos triángulos se realizaron en total?
- ¿Todos los triángulos fueron iguales?
- ¿Cómo se puede calcular la cantidad de pitillo necesario para la construcción?
- ¿Este puente se podría realizar con otro tipo de figuras geométricas?
- ¿Qué importancia tiene la elaboración de este tipo de proyectos?


NOTA: La prueba de resistencia necesaria para cumplir el último requisito del concurso se realizará en la próxima clase, con el fin de permitir que el pegamento de la estructura seque y brinde mayor firmeza.

LENGUAJE A MANEJAR:

RECURSOS Y MEDIADORES COGNITIVOS:

HABILIDADES COGNITIVAS A FORTALECER:

Anexo 7. Guía didáctica uno

	<p style="text-align: center;">Unidad Didáctica De Matemáticas.</p> <p style="text-align: center;">EL PODER DEL TRIÁNGULO</p> <p style="text-align: center;">“ESTRUCTURAS CON PAPEL PERIÓDICO ”</p> <p style="text-align: center;">Guía N° 1. IDENTIFICO Y APRENDO</p>
---	--

Tomar los pitillos y recortarlos, formando ternas con las siguientes medidas

PITILLOS



TERNA #1. 10 cm, 14 cm, 16 cm

TERNA #2. 2 cm, 2 cm, 4 cm

TERNA #3. 10 cm, 4 cm, 3 cm

TERNA # 4. 8 cm, 8 cm, 8 cm

TERNA # 5. 10 cm, 10cm, 5cm

Contestar en grupo:

1. ¿Es posible formar triángulos con todas las ternas?

2. ¿Cuál debe ser la condición necesaria para que se forme un triángulo?

A continuación observa la siguiente fotografía:




3. Idéntica los triángulos completos que hay en las fotografía y resáltalos con color rojo
4. Teniendo en cuenta la medida de los lados, en los triángulos anteriores, ¿Podría decirse que todos los triángulos son de la misma clase? Justifique la respuesta.
5. Asumiendo que un triángulo puede tener lados de igual o diferente medida, proponga las diferentes alternativas que se puedan presentar y con esta información, diseñe un mapa conceptual de clasificación.
6. Mida la amplitud de cada uno de los ángulos interiores de los siguientes triángulos



7. Teniendo en cuenta el concepto de clasificación de ángulos según su amplitud, realiza una descripción de cada uno de los triángulos anteriores.
8. Teniendo en cuenta la clasificación de los ángulos según su amplitud, ¿cuántas posibles combinaciones de ángulos pueden existir en un triángulo?
9. ¿Qué se puede decir de la relación que existe, entre los ángulos y el lado que se encuentra frente a él, con respecto a los otros ángulos y sus lados opuestos?
10. ¿Cuánto da la suma de las medidas de los ángulos interiores, de los anteriores triángulos?

Anexo 8. Guía didáctica dos

	<p style="text-align: center;">Unidad Didáctica De Matemáticas.</p> <p style="text-align: center;">EL PODER DEL TRIÁNGULO</p> <p style="text-align: center;">“ESTRUCTURAS CON PAPEL PERIÓDICO ”</p> <p style="text-align: center;">Guía N° 2. CONOCIENDO LOS PITAGORITRIÁNGULOS</p>
---	--

FASE 1

A base de triangulación se han conseguido vigas de una gran longitud y resistencia, que se llaman **vigas reticuladas o arriostradas** y se emplean constantemente en la construcción de grandes edificaciones que necesitan amplias zonas voladas y sin pilares, así como en la de puentes de una gran longitud. Las vigas de este tipo tienen una mayor resistencia que las vigas macizas.



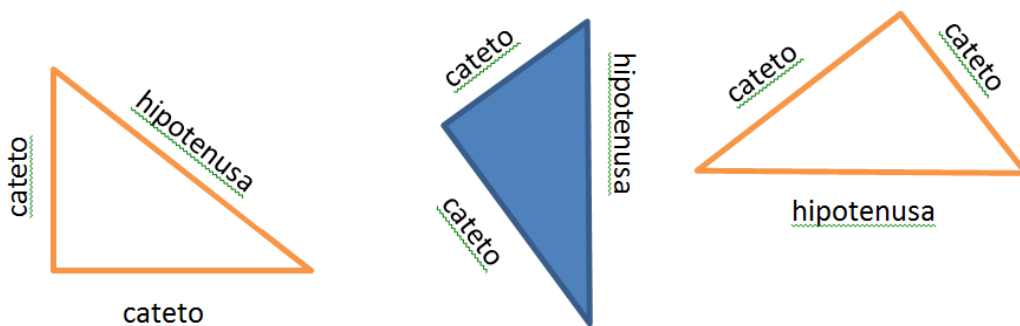
Otro tipo de puente es el puente colgante, este tipo de estructura consiste en un tablero que en lugar de estar apoyado sobre pilas o arcos se sujeta mediante cables o piezas atirantadas desde una estructura a la que van sujetas, tal como se muestra en la siguiente figura.



En cada una de estos casos se puede observar que el tipo de triángulo utilizado es el rectángulo, y es por esta razón en el área de matemáticas de la institución decide dedicarle especial interés a esta temática.

Recordemos que un triángulo rectángulo es aquel que está formado por un ángulo recto (90°) y dos ángulos agudos.

En las siguientes figuras observa los ejemplos de triángulo rectángulo y construye una definición para cateto e hipotenusa.



CATETO: _____

HIPOTENUSA: _____

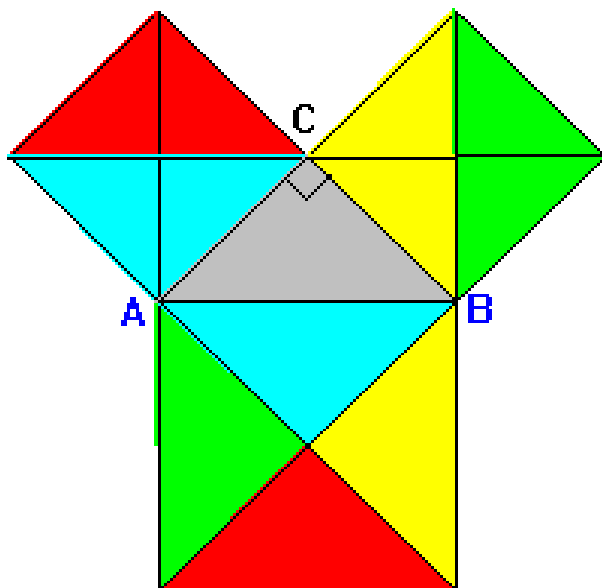
Observa la siguiente fotografía y marca con color rojo las hipotenusas que hay en ella.



1. ¿Cuántas hipotenusas encontraste en la fotografía?
2. ¿Cuántos catetos hay?
3. ¿Qué relación hay entre la hipotenusa y los catetos?

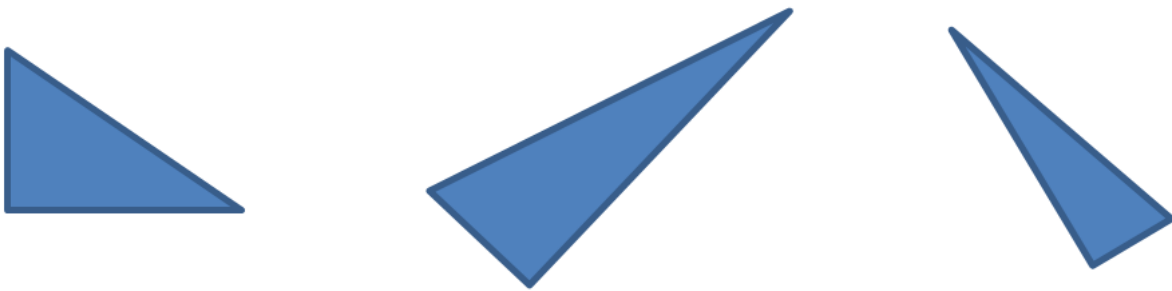
FASE 2

Recorta la figura por las líneas negras y comprueba que los dos cuadrados pequeños caben en el cuadrado grande.



Explique la relación que hay entre el área de los cuadrados de los catetos y el área del cuadrado de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Plantee una ecuación para explicar la relación entre los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa, luego midan los catetos de cada triángulo rectángulo y demuestre que la igualdad se cumple.



APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Observa con atención la siguiente fotografía



Este puente es de tipo atirantado ya que su tablero está suspendido de uno o varios pilones centrales mediante obenques o tirantes que enlazan la pista directamente con el pilón.

- ¿Reconoces este puente?
- ¿Cuál es la figura geométrica más recurrente en el diseño de este puente?
- En la ciudad donde se encuentra ubicado este puente, se tiene por tradición iluminar durante la época navideña cada uno de los tirantes que lo sostienen, tal como lo muestra la figura ¿cómo se podría calcular la longitud de la manguera amarilla que corresponde al tirante más largo, si se sabe que la altura de los pilones es de 50 metros y que la distancia horizontal entre cable y cable es de 5 metros?


NOTA: Traer para la próxima clase, fotografías de estructuras de puentes, las cuales servirán como ejemplos para la construcción.

Teniendo en cuenta los requisitos del concurso se debe dar inicio a la elaboración de material necesario para realizar la estructura como se indica en las fotografías.



No olvidar que solo se debe construir la cantidad de pitillo necesario

Anexo 9. Guía didáctica tres

	<p style="text-align: center;">Unidad Didáctica De Matemáticas.</p> <p style="text-align: center;">EL PODER DEL TRIÁNGULO</p> <p style="text-align: center;">“ESTRUCTURAS CON PAPEL PERIÓDICO ”</p> <p style="text-align: center;">Guía N° 3. MANOS A LA OBRA</p>
---	---

FASE 1

Un proyecto de ingeniería, es un conjunto de antecedentes y procedimientos que van desde la toma de una necesidad, hasta la obtención de una de una solución apropiada, que da origen a la creación de un sistema físico para solucionar el problema planteado.

La planeación es la primera tapa en un proyecto de ingeniería, por lo tanto se hace necesario que el equipo de trabajo se ponga de acuerdo en el diseño de puente que desean ejecutar, las medidas del mismo (ancho, alto, largo) y la cantidad de pitillo necesario para la ejecución de la obra.

Nota: el grupo que realice la mejor planeación en cuanto a la cantidad de pillos a utilizar se hará ganador de una premiación especial

A continuación se ofrecen algunos diseños de estructuras que se pueden utilizar en la elaboración del puente

FASE 2

Teniendo en cuenta que la estructura es triangulada (ya que este polígono es el que ofrece mayor estabilidad), lo primero que hay que definir es el tamaño de los triángulos que se necesitan para el ancho, Largo y la altura del puente.

Parte del puente	Medida	Longitud de los catetos y de la hipotenusa en cada caso	Cantidad de triángulos necesarios
Ancho			
Alto			
Longitud			

FASE 3

Llegó el momento de llevar a cabo el plan ¡ahora sí, manos a la obra!

Cada grupo debe iniciar la elaboración del puente con los materiales asignados y con los parámetros establecidos anteriormente, cuentan con 50 minutos para realizar el proyecto.

FASE 4

Es momento del cierre, cada grupo debe contestar las siguientes preguntas

- ¿Cómo se sintieron con el proyecto?
- ¿Cuántos triángulos se realizaron en total?

- ¿Todos los triángulos fueron iguales?
- ¿Cómo se puede calcular la cantidad de pitillo necesario para la construcción?
- ¿Este puente se podría realizar con otro tipo de figuras geométricas?
- ¿Qué importancia tiene la elaboración de este tipo de proyectos?

NOTA: La prueba de resistencia necesaria para cumplir el último requisito del concurso se realizará en la próxima clase, con el fin de permitir que el pegamento de la estructura seque y brinde mayor firmeza.